

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอน
การสอนของแวนฮีเลโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
EFFECTS OF LEARNING ACTIVITIES ON CONGRUENCE, BASED ON TEACHING
PROCEDURE OF VAN HIELE BY USING THE GEOMETER'S SKETCHPAD (GSP)

อุทัยวรรณ หวังโสม¹, ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์², ต้องตา สมใจเพ็ง³
Utaiwan Wangsom¹, Chanisvara Lertamornpong², Tongta Somchaipeng³
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์^{1,2,3}
matmahwsm@gmail.com¹, feducl@ku.ac.th², fedutts@ku.ac.th³

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และ 2) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีเล โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากทั้งหมด 11 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 10 แผน ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีเล โดยใช้โปรแกรม GSP ใบกิจกรรมและใบงานเป็นสื่อการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สถิติทดสอบที และการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตาราง และการบรรยายผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนส่วนใหญ่มีความเห็นที่ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีเลและการใช้โปรแกรม GSP มีความเหมาะสมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คำสำคัญ: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์, ความเท่ากันทุกประการ, ขั้นตอนการสอนของแวนฮีเล, โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

Abstract

The purposes of this research were 1) to study mathematics achievement on Congruence 2) to study student's opinion related to learning activities based on teaching procedure of Van Hiele by using The Geometer's Sketchpad (GSP) on Congruence of mathayomsuksa II students at RattanakosinSomphotladkrabang School. The sample group was 45 mathayomsuksa II students of one classroom at RattanakosinSomphotladkrabang School in the first semester of the academic year 2016 that was selected by cluster random sampling from 11 classrooms. The instruments in data collection consisted of 10 lesson plans on Congruence based on teaching procedure of Van Hiele by using The Geometer's Sketchpad (GSP), mathematics achievement test on Congruence and student's opinion questionnaire toward learning activities based on teaching procedure of Van Hiele by using The

Geometer's Sketchpad (GSP). Percentage, mean, standard deviation and one sample t-test were used for analyzing data. The research results showed that the mathematics achievement on Congruence based on teaching procedure of Van Hiele by using GSP of students after learning was higher than 60% at the 0.05 level of significance. Almost all students agreed that the learning activities based on teaching procedure of Van Hiele by using GSP, were appropriate.

Keywords: Effects of Learning Activities, Congruence, teaching procedure of Van Hiele, The Geometer's Sketchpad (GSP)

บทนำ

เรขาคณิตเป็นแขนงหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ที่กำเนิดมาแต่โบราณ ความรู้ทางเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของมนุษย์อย่างมาก ถือเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะนำไปช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สาขาอื่น ๆ การศึกษาเนื้อหาวิชาเรขาคณิตจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาความสามารถด้านการคิดเชิงตรรกศาสตร์ การคิดเชิงมิติสัมพันธ์ ช่วยในการอ่าน การตีความและอ้างเหตุผลช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนมีเหตุผล สามารถทำงานได้อย่างเป็นระบบ จึงทำให้มีการบรรจุวิชาเรขาคณิตไว้เป็นส่วนหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเสมอมา ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน (นวลศรี ชำนาญกิจ, 2550) (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2548) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้สาระเรขาคณิต เป็นสาระหลักหนึ่งในหกสาระหลักของคณิตศาสตร์ ซึ่งเมื่อพิจารณาสาระการเรียนรู้ของสาระเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า นักเรียนจะได้รับความรู้เบื้องต้นของเรขาคณิตอย่างครบถ้วน ทำให้นักเรียนได้เกิดความตระหนักถึงคุณค่าของเรขาคณิตในการเรียนรู้เกี่ยวกับการนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบทเรขาคณิต ตลอดจนการแปลงทางเรขาคณิต ช่วยเสริมสร้างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบความคิดทางคณิตศาสตร์ ช่วยบ่มเพาะความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความคิดสร้างสรรค์ให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี (สมทรง สุวพานิช, 2553) ทั้งนี้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนนับว่าเป็นส่วนสำคัญที่บ่งชี้ว่าการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียนประสบความสำเร็จหรือล้มเหลว โดยเฉพาะวิชาที่เป็นแกนกลางของหลักสูตร ซึ่งทุกโรงเรียนจะต้องจัดการเรียนการสอนเหมือนกันทั่วประเทศเป็นมาตรฐานตามหลักสูตรในแต่ละระดับชั้น และวิชาแกนกลางจะเป็นความรู้ที่สำคัญที่นักเรียนจะต้องนำไปเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อในระดับสูงขึ้น แต่ในปัจจุบันพบว่า การจัดการศึกษาของประเทศไทยโดยภาพรวมยังไม่ประสบความสำเร็จในระดับชั้นประถมศึกษา นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ส่งผลถึงการจัดการเรียนการสอนในระดับที่สูงขึ้นต่อไป (วีระ วงศ์สรรค์, 2559)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำสรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015 และ PISA 2015 ซึ่งผลคะแนนของนักเรียนไทยเห็นได้อย่างชัดเจนว่า นักเรียนมีผลการประเมินที่ลดลง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสาระเรขาคณิต ซึ่งอาจเป็นผลมาจากปัญหาการเรียนเรขาคณิตในชั้นเรียนของนักเรียนตั้งแต่ในระดับความเข้าใจเรขาคณิตเบื้องต้น เช่น นักเรียนบางคนไม่เข้าใจว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่างกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไร จนถึงระดับที่สูงขึ้น เช่น นักเรียนส่วนใหญ่รู้และจำได้ว่า มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้หนึ่งร้อยแปดสิบองศา แต่พิสูจน์และแสดงเหตุผลไม่ได้ว่าเพราะอะไรจึงเป็นเช่นนั้น (วินัย คำสุวรรณ, 2558) ซึ่งปัญหาในการพิสูจน์และให้เหตุผลทางเรขาคณิตนี้ อาจเกิดจากการที่นักเรียนยังขาดพื้นฐานทางเรขาคณิตบางประการทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนไม่สามารถหาแนวทางการเขียนพิสูจน์ได้ ลำดับขั้นตอนการเขียนพิสูจน์ยังไม่ต่อเนื่อง ไม่มีความอดทนต่อการเขียนพิสูจน์ มีผลทำให้นักเรียนหันไปใช้วิธีท่องจำแทนมีความสนใจเรียนและการทำแบบฝึกหัดน้อยลง ทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน เขียนไม่ถูกต้อง มักเขียนตามความคุ้นเคยของตนเอง (สมพล เล็กสกุล, ม.ป.ป.)

ปัญหาดังกล่าวนั้นจึงเป็นที่น่าสนใจสำหรับนักวิจัยทางการศึกษาเป็นอย่างยิ่ง นักวิจัยชาวสวีตและชาวดัตช์ได้พยายามศึกษาค้นคว้าเพื่อแก้ปัญหานี้เป็นเวลากว่า 50 ปี จนกระทั่งปี ค.ศ. 1954 Pierre van Hiele และ Dina Geldof – van Hiele สองสามี

ภรรยาชาวดัชชีได้ทำการวิจัยเพื่อพยายามหาทางช่วยเหลือนักเรียน โดยการคิดและวิเคราะห์ปัญหา จนพบสาเหตุที่ทำให้นักเรียน ประสบความยากลำบากในการเรียนเรขาคณิต นั่นคือ ในการเรียนเรขาคณิตนั้นผู้เรียนแต่ละคนมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเป็นของตนเอง ซึ่งระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนนี้ เป็นอุปสรรคที่สำคัญต่อการสื่อสารระหว่างนักเรียนกับครู และกับเพื่อนนักเรียนด้วยกัน Pierre Van Heile และ Dina Van Heile ได้พิจารณาถึงการพัฒนาลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตอย่างเป็นขั้นตอน ซึ่งทำให้ได้ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิต คือ รูปแบบแวนฮีลี (Van Heile Model) ประกอบด้วย 5 ลำดับขั้นการคิด ได้แก่ ขั้นพื้นฐานหรือ ขั้น 0 เป็นการมองเห็น (Visualization) ขั้นที่ 1 เป็นขั้นการวิเคราะห์ (Analysis) ขั้นที่ 2 เป็นการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ขั้นที่ 3 เป็นการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Formal Deduction) และขั้นที่ 4 เป็นการคิดขั้นสุดยอด (Rigor) (Fuys, D., Geddes, D., and Tischler, R., 1984) และแม้ว่าลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี จะมีทั้งหมด 5 ขั้น แต่ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะเน้นเพียงแต่สี่ขั้นแรกเท่านั้น ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตนั้น ต้องเริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม ไม่สอนข้ามขั้นตอน สอนให้ใช้การคิดเพื่อหาคำอธิบายที่ละเอียดจนได้คำอธิบายที่เป็นแบบแผน ซึ่ง Van Heile ได้เสนอแนะแนวทางเป็นขั้นตอนการสอนให้สอดคล้องกับลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี ซึ่งแบ่งขั้นตอนการสอนเป็น 5 ระยะเวลา (สิริพร ทิพย์คง, 2532) และ (ชนิศวรา ฉัตรแก้ว และสิริพร ทิพย์คง, 2549) ดังนี้ ขั้นที่ 1. การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม (Inquiry Information) ขั้นที่ 2. การแนะนำโดยตรงจากครู (Guided/Directed Orientation) ขั้นที่ 3. การอธิบายให้ชัดเจน(Expliciting/Explanation)ขั้นที่ 4. การศึกษาด้วยตนเอง (Free Orientation) ขั้นที่ 5. การบูรณาการ (Integration) จากขั้นตอนการสอนของแวนฮีลีทั้ง 5 ระยะนี้ มีผู้สนใจนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน และได้ผลเป็นที่น่าพอใจ ดังงานวิจัยของอนนท์ ฤกษ์ชัยลาม (2554)และ กมลทิพย์ สมบัติธีระ (2555) ที่พบว่า การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของแวนฮีลี โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลีและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

เนื่องจากปัจจุบันสื่อเทคโนโลยีได้เข้ามามีบทบาทในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากขึ้น โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมหนึ่งที่เป็นที่นิยมและรู้จักอย่างกว้างขวางสำหรับครูคณิตศาสตร์ ด้วยลักษณะของความเป็นโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ผู้ใช้งานสามารถสร้างและปรับเปลี่ยนวัตถุโดยใช้เครื่องมือหรือคำสั่งในโปรแกรมให้เกิดการเคลื่อนที่ หรือเคลื่อนไหวตลอดจนเปลี่ยนแปลงขนาดได้ ใช้เป็นสื่อในการสอนเรขาคณิตได้อย่างดี มีเครื่องมือที่ใช้แทนวงเวียนและสันตรงสำหรับสร้างรูปหรือวัตถุทางเรขาคณิต มีคำสั่งการแปลงทางเรขาคณิต สามารถวัดมุม วัดความยาว และมีเครื่องคำนวณ สามารถใช้หาพื้นที่หรือคำนวณต่าง ๆ ผู้ใช้สามารถต่อยอดความรู้จากความรู้พื้นฐานเดิมที่เคยเรียนมาแบบนามธรรมให้กลายเป็นรูปธรรมที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ด้วยการสำรวจ สังเกต สร้างข้อความคาดการณ์ และใช้เครื่องมือที่มีในโปรแกรมเพื่อพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ เรียกได้ว่า โปรแกรมนี้เป็นตัวช่วยในการสร้างและแสดงรูปเรขาคณิตในรูปแบบต่างๆได้เป็นอย่างดี กระตุ้นความสนใจให้นักเรียนอยากเรียน เข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น อีกทั้งยังเป็นโปรแกรมที่ได้รับการยอมรับทั่วโลกในด้านสื่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีใช้อย่างแพร่หลายกว่า 50 ประเทศทั่วโลกอีกทั้งบรรจุอยู่ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับต่างๆ มากกว่า 10 ประเทศ เช่น สิงคโปร์ มาเลเซีย ญี่ปุ่น จีน อังกฤษ อเมริกา เป็นต้น นอกจากนี้ได้มีการแปลโปรแกรม GSP เป็นภาษาต่างๆ ถึง 14 ภาษา ได้แก่ ฝรั่งเศส สเปน เดนมาร์ก เกาหลี ญี่ปุ่น รัสเซีย นอร์เวย์ ฟินแลนด์ อาหรับ เซโกโก เปรู เยอรมัน จีน และอังกฤษ (ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์, 2554) และ (อังคณา สุวรรณพัฒน์ และ ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์, 2557)

จากข้อบ่งชี้สาระเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และประสบการณ์ของผู้วิจัยพบว่านักเรียนมักมีปัญหาที่เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลในการพิสูจน์อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ อีกทั้งยังมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนสาระการเรียนรู้ที่เป็นการพิสูจน์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเรียนแบบที่ต้องคอยจดตามครูบนกระดานเพียงอย่างเดียว ทำให้นักเรียนไม่ได้สำรวจหรือเรียนรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจนำขั้นตอนการสอนเรขาคณิตของแวนฮีลีมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับการพัฒนาในแต่ละลำดับขั้นความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ

แวนฮีลี (Van Heile Model) ในการพิสูจน์สมบัติต่าง ๆ ของเรื่องความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นสาระการเรียนรู้เรขาคณิตที่เน้นการนิยามและการพิสูจน์ และผู้วิจัยมีความสนใจนำโปรแกรม GSP มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อให้นักเรียนสามารถสำรวจ สังเกต คิดและสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีเจตคติที่ดีขึ้นเกี่ยวกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต สามารถพิสูจน์สมบัติต่างๆ ทางเรขาคณิตด้วยตนเองได้ เพื่อนำผลการศึกษาที่ได้ในครั้งนี้ไปเป็นแนวทางในการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และศึกษาความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีลี โดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการเรียนสิ้นสุดลง

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบแผนการทดลองขั้นตอน (Pre-Experimental Design) แบบ One-Shot Case Study ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 11 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 506 คน กลุ่มตัวอย่าง ที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ที่ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) มาจำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 11 ห้องเรียน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือ 4 ชนิด ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีลี โดยใช้โปรแกรม GSP ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที
2. สื่อการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีลี โดยใช้โปรแกรม GSP ใบกิจกรรม ใบงาน และสื่อกระดาษต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับแผนการจัดการเรียนรู้
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 12 ข้อ และข้อสอบอัตนัยแบบเติมคำ จำนวน 2 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ที่มีค่าเฉลี่ยความยากง่ายเท่ากับ 0.49 ค่าเฉลี่ยอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.33 และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.72
4. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีลี โดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1. ผู้วิจัยสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ กับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ระหว่างที่ดำเนินการสอน ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนทุกครั้ง

2. ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังจบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เวลาทดสอบ 50 นาที และให้นักเรียนตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮิลี โดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3. ผู้วิจัยนำผลจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มาหาค่าเฉลี่ยและเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 และนำข้อมูลที่ได้จากการตอบแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮิลี โดยใช้โปรแกรม GSP มาทำการวิเคราะห์ผล

ผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮิลี โดยใช้โปรแกรม GSP มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 60% จำนวน 31 คน จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 45 คน โดยมีคะแนนหลังเรียนสูงสุด 19 คะแนน และคะแนนต่ำสุด 7 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน โดยคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน 12.84 หรือคิดเป็นร้อยละ 64.20 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮิลี โดยใช้โปรแกรม GSP พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่าการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮิลี โดยใช้โปรแกรม GSP ช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น คำถามที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนช่วยกระตุ้นให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และสรุปหลักการที่สำคัญได้ด้วยตนเองและนำไปบูรณาการได้ และโปรแกรม GSP ช่วยให้นักเรียนสำรวจสังเกต และเข้าใจหลักการทางเรขาคณิตได้มากยิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนมองรูปออกและการเขียนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้ อีกทั้งกิจกรรมได้ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมลงมือปฏิบัติและหาคำตอบด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนรู้สึกสนุก มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนเรขาคณิต และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตจริงและต่อยอดในระดับที่สูงขึ้นต่อไป

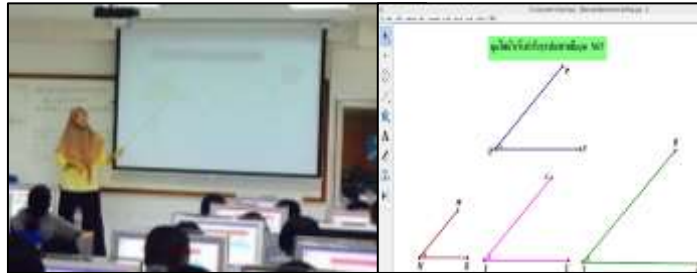
อภิปรายผล

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮิลี โดยใช้โปรแกรม GSP สามารถอภิปรายผลการเรียนได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮิลี โดยใช้โปรแกรม GSP มีคะแนนหลังเรียนสูงสุด 19 คะแนน และคะแนนต่ำสุด 7 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน โดยคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน 12.84 หรือคิดเป็นร้อยละ 64.20 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60% ตามที่กำหนดไว้ เหตุที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้ อาจเนื่องมาจากการที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถแยกตามขั้นตอนได้ดังนี้

1.1 ในขั้นที่ 1 การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม ผู้วิจัยได้ดำเนินการโดยแบ่งเป็น 3 ลักษณะ คือ 1) การใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแล้วนำเข้าสู่เนื้อหาของบทเรียน เช่น นักเรียนคิดว่ามีรูปเรขาคณิตรูปใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ 2) การใช้คำถามเพื่อทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านมาแล้ว เช่น นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ต่อไปนี้เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นไปตามสมบัติใด เป็นต้น 3) การใช้คำถามแล้วให้นักเรียนได้ลงมือสำรวจ สังเกต แล้วตอบตามความเข้าใจของนักเรียน เช่น ให้นักเรียนสำรวจรูปสามเหลี่ยม แล้วให้นักเรียนคาดการณ์คำตอบว่า รูปสามเหลี่ยมในแต่ละข้อนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งสอดคล้องกับที่ ประภัสรา โคตะขุน (2560) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบใช้คำถาม

เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มุ่งพัฒนากระบวนการทางความคิดของนักเรียน โดยครูจะป้อนคำถามในลักษณะต่าง ๆ ที่เป็นคำถามที่ดี สามารถพัฒนาความคิดนักเรียน ถามเพื่อให้นักเรียนใช้ความคิดเชิงเหตุผล วิเคราะห์ วิวิจารณ์ สังเคราะห์ หรือการประเมินค่าเพื่อจะตอบคำถามเหล่านั้น และสอดคล้องกับที่ สสวท. (2555) ได้กล่าวไว้ว่า ลักษณะของคำถามที่ครูใช้มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน คำถามที่มีประสิทธิภาพจะทำให้เกิดการเรียนรู้ ส่งเสริมกระบวนการคิด โดยเฉพาะคำถามเริ่มต้น เป็นคำถามที่ช่วยสร้างกรอบความคิดและจุดประกายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้สังเกตเห็นแบบรูปความสัมพันธ์ และกลวิธีที่จะใช้หาคำตอบ



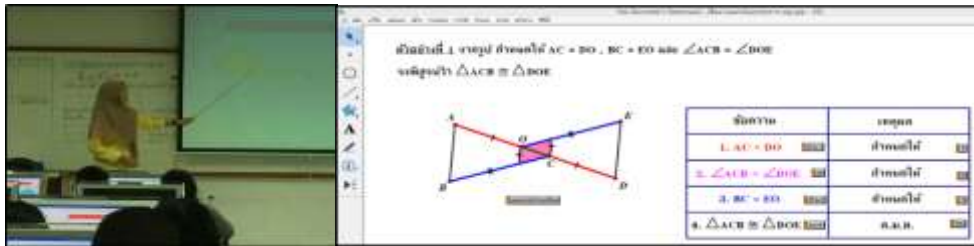
ภาพที่ 1 ครูใช้คำถามกับนักเรียน โดยให้นักเรียนพิจารณาจากรูปที่กำหนดให้
(ที่มา: อุทัยวรรณ หวังโสม วันที่ถ่ายภาพ : 29 สิงหาคม 2559)

1.2 ในขั้นที่ 2 การแนะนำโดยตรงจากครู ผู้วิจัยได้ดำเนินการโดยแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ 1) การแนะนำโดยตรงจากครู หลังจากนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม ผู้วิจัยแนะนำข้อเท็จจริง สมบัติ หรือวิธีการที่นักเรียนสามารถนำไปสนับสนุนข้อคาดการณ์ของนักเรียนได้ เช่น หลังจากที่ใช้คำถามกับนักเรียนเกี่ยวกับมุม ว่ามุมใดบ้างที่เท่ากันทุกประการกับมุม NOP ครูแนะนำโดยตรงกับนักเรียนโดยการวัดขนาดของมุมทั้งสี่ให้นักเรียนดู และเน้นย้ำกับนักเรียนว่า ขนาดมุมที่เท่ากันจะพิจารณาที่การกางของแขนของมุม ไม่ใช่ความยาวของแขนของมุม แม้ว่าแขนของมุมจะยาวไม่เท่ากันแต่ถ้าแขนของมุมกางเท่ากัน มุมสองมุมนั้นย่อมมีขนาดเท่ากัน และ 2) การแนะนำโดยตรงจากครูหลังจากการเฉลยคำตอบ การทำกิจกรรม และสรุปผลจากกิจกรรม เช่นครูให้นักเรียนช่วยกันสำรวจรูปสามเหลี่ยม โดยครูแนะนำให้ใช้เครื่องมือการวัดแล้วสังเกตผลที่ได้ ซึ่งการแนะนำโดยตรงจากครูนี้ เป็นการแนะนำวิธีการคิดและแนวทางการปฏิบัติ ซึ่งเมื่อนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติตามแล้ว นักเรียนสามารถค้นพบคำตอบได้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2536) ได้กล่าวไว้ว่า วิธีการสอนแบบค้นพบ เป็นวิธีที่ต้องการให้นักเรียนค้นพบ กฎเกณฑ์ข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ซึ่งแบ่งเป็น การค้นพบโดยการแนะนำของครู เป็นวิธีการสอนที่ใช้การโต้ตอบ ซักถามระหว่างครูกับนักเรียน และการแนะนำแนวทางของครูจนนักเรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์ได้ และ การค้นพบแบบอุปนัย เป็นกระบวนการสอนที่เริ่มจากการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนได้สังเกต ทดลองหาคำตอบด้วยตนเอง สามารถให้เหตุผล แล้วจึงสรุปตั้งเป็นกฎเกณฑ์หรือสมมติฐานขึ้น



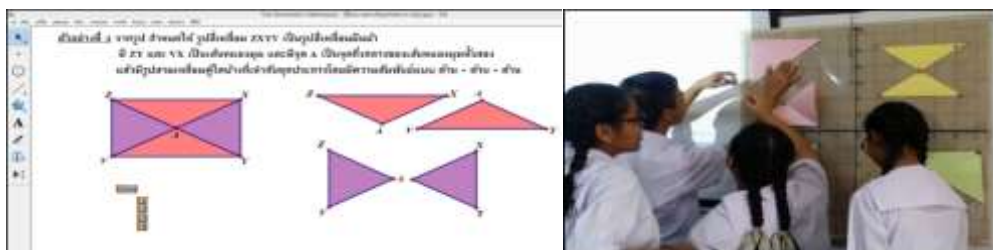
ภาพที่ 2 ครูนำเข้าสู่กิจกรรมโดยแนะนำให้นักเรียนปฏิบัติตามอย่างเป็นขั้นตอน
(ที่มา : อุทัยวรรณ หวังโสม วันที่ถ่ายภาพ : 14 กันยายน 2559)

1.3 ขั้นที่ 3 ครูอธิบายให้ชัดเจน ผู้วิจัยได้ดำเนินการอธิบายบทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ ตามสมมติฐานที่นักเรียนได้ตั้งข้อสรุปไว้ในสองขั้นตอนแรก และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผลและสรุปตามความเข้าใจของนักเรียนแล้วผู้วิจัยจึงสรุปให้ชัดเจนอีกครั้งหนึ่ง เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับวิธีสอนที่ สิริพรทิพย์คง (2536) ได้กล่าวว่า วิธีการสอนแบบอธิบายและแสดงผล เป็นวิธีการสอนที่ครูเป็นผู้อธิบาย แสดงเหตุผลวิเคราะห์ ตีความ ชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจ เมื่อครูอธิบายแล้วควรให้นักเรียนสรุปความเข้าใจของนักเรียน เพื่อครูจะได้แน่ใจว่านักเรียนเข้าใจได้ถูกต้อง



ภาพที่ 3 ครูอธิบายสมบัติ สารสนเทศต่าง ๆ และแสดงตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล (ที่มา : อุทัยวรรณ หวังโสม วันที่ถ่ายภาพ : 29 สิงหาคม 2559)

1.4 ขั้นที่ 4 การศึกษาค้นคว้าด้วยตัวเอง ผู้วิจัยได้ดำเนินการโดยแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ 1) การให้นักเรียนค้นหาคำตอบด้วยตนเองโดยอาศัยบทนิยาม สมบัติ หรือข้อสรุปที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว เช่น หลังจากที่นักเรียนได้ทราบสมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปด้วยความสัมพันธ์แบบด้าน - มุม - ด้านแล้ว ครูให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมคู่อื่นที่กำหนดให้ว่าเท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - มุม - ด้าน หรือไม่ โดยนักเรียนต้องให้เหตุผลด้วยสมบัติ หรือทฤษฎีต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ซึ่งสอดคล้องกับที่ ทิศนา แคมมณี (2554) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ครูจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับกฎทฤษฎีหลักเกณฑ์ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปตามวัตถุประสงค์ในบทเรียน จากนั้นจึงให้ตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง หรือให้นักเรียนฝึกการนำทฤษฎี หลักการหลักเกณฑ์ กฎหรือข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์ที่หลากหลาย หรือให้นักเรียนหาหลักฐานเหตุผลมาพิสูจน์ยืนยันทฤษฎี กฎหรือข้อสรุปเหล่านั้น การจัดการเรียนรู้แบบนี้จะช่วยให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล และมีความเข้าใจในกฎเกณฑ์ ทฤษฎีข้อสรุปเหล่านั้นอย่างลึกซึ้ง การสอนแบบนี้กล่าวได้ว่า เป็นการสอนจากทฤษฎีหรือกฎไปสู่ตัวอย่างที่เป็นรายละเอียด และ 2) การให้นักเรียนแบ่งกลุ่มแล้วช่วยกันระดมความคิดและอภิปรายหาคำตอบหรือเหตุผลร่วมกัน ซึ่งสอดคล้องกับวิธีการสอนที่ อารมณ์ ใจเที่ยง (2553) [25] ได้กล่าวว่า วิธีการสอนแบบอภิปราย เป็นวิธีการสอนที่มุ่งให้นักเรียนได้มีโอกาสสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อหาคำตอบ แนวทาง หรือเพื่อแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่งร่วมกัน วิธีสอนแบบอภิปรายเป็นวิธีการสอนที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน คือ ได้คิด ได้ทำ ได้แก้ปัญหา และฝึกการทำงานร่วมกัน



ภาพที่ 4 นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันระดมความคิดหาคำตอบด้วยตนเอง และร่วมกันอภิปรายผลหน้าชั้นเรียน (ที่มา : อุทัยวรรณ หวังโสม วันที่ถ่ายภาพ : 15 กันยายน 2559)

1.5 ขั้นที่ 5 การบูรณาการ ผู้วิจัยได้ดำเนินการโดยนำข้อเท็จจริง บทนิยาม และสมบัติต่าง ๆ มาสรุปรวมกันกับนักเรียน และให้นักเรียนนำความรู้ที่สรุปได้นี้ไปทำใบงานเป็นการบ้าน หรือในบางคาบเรียนสามารถสรุปบทเรียนในรูปแบบของการทำกิจกรรม โดยเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้นำความรู้ที่เรียนมาบูรณาการ ลงมือปฏิบัติและสรุปกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งสอดคล้องกับที่สิริพร ทิพย์คง (2536) ได้กล่าวว่า การสรุปบทเรียนเป็นกิจกรรมที่ควรทำทุกครั้งหลังจากที่นักเรียนเรียนจบเนื้อหาในแต่ละคาบของบทเรียน เพื่อเป็นการสรุปเรื่องราวและเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว ซึ่งได้แก่ ความคิดรวบยอดและหลักการ เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนจะได้นำความรู้เหล่านี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้เหล่านี้ต่อไป

2. ผลการสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีลี โดยใช้โปรแกรม GSP พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ชอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพราะมีความน่าสนใจ เป็นขั้นเป็นตอน และเข้าใจง่าย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Chew Cheng Meng และ Lim Chap Sam (2013) ได้ทำการศึกษาการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาในการเรียนการสอนที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตามลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) เรื่อง รูปหลายเหลี่ยมปกติสรุปได้ว่า การเรียนการสอนที่ใช้โปรแกรม GSP มีผลทำให้ลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) ของนักเรียนในเรื่อง รูปหลายเหลี่ยมปกติดีขึ้นและงานวิจัยของ Choi-koh, Sang Sook (1999) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้ทางเรขาคณิตของนักเรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อพัฒนาลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตในการเรียนการสอนในโรงเรียนมัธยมตามรูปแบบแวนฮีลี (Van Hiele Model) และใช้โปรแกรมแบบพลวัต GSP ศึกษาเป็นเวลา 21 ชั่วโมง พบว่าการใช้โปรแกรมแบบพลวัตช่วยทำให้การมองภาพสะดวกง่ายดาย ซึ่งสอดคล้องอีกเช่นกัน กับงานวิจัยของนพดล ทุมเชื้อ (2553) ที่พบว่า การใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮีลี ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้น นักเรียนชอบเรียนคณิตศาสตร์ในหอนคอมพิวเตอร์และชอบใช้โปรแกรมที่สามารถเคลื่อนไหวได้ซึ่งทำให้การพิสูจน์ทางเรขาคณิตเป็นเรื่องง่ายและน่าสนใจ นักเรียนชอบทำกิจกรรมที่ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ตามขั้นตอนการสอนของแวนฮีลี นอกจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในสาระเรขาคณิตมีความน่าสนใจ เป็นขั้นเป็นตอน สามารถนำไปใช้ได้จริงแล้ว การใช้โปรแกรม GSP ช่วยให้นักเรียนเข้าใจสาระการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยจัดได้มากยิ่งขึ้น ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น และการที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการลงมือปฏิบัติ ส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาศักยภาพของตนเอง รู้จักคิด รู้จักแก้ปัญหา และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะจากการทำวิจัย

จากงานวิจัย มีข้อเสนอแนะ ดังนี้ 1) ในแต่ละคาบเรียน ครูใช้ขั้นตอนการสอนของแวนฮีลีครบทั้ง 5 ขั้นตอนหรือไม่ครบหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาสาระของคาบเรียนนั้น ๆ และในหนึ่งคาบเรียนเมื่อครูจัดกิจกรรมตามขั้นตอนของแวนฮีลีเรียงตามลำดับถึงขั้นตอนสุดท้ายแล้ว เมื่อเริ่มเนื้อหาใหม่ ครูสามารถจัดกิจกรรมวนไปเริ่มที่ขั้นตอนแรกของแวนฮีลีได้ใหม่จนกว่าจะสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ 2) ครูควรสอนการใช้งานเบื้องต้นของโปรแกรมให้กับนักเรียนก่อนจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้รู้จักและลองใช้เครื่องมือต่าง ๆ ของโปรแกรมให้เกิดความคุ้นเคย โดยครูควรเดินดูการทำงานของนักเรียนให้เป็นไปตามลำดับขั้นและให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด และ 3) ครูควรมีความรู้ความสามารถในการใช้โปรแกรมนั้น ๆ เป็นอย่างดี โดยครูควรเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง และครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและให้คำแนะนำ เพื่อให้ นักเรียนได้เรียนรู้และแสดงความสามารถได้อย่างเต็มที่

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ในการทำวิจัยครั้งต่อไปควรมีการนำขั้นตอนการสอนของแวนฮิลโดยใช้โปรแกรม GSP ไปใช้ในเนื้อหาที่มีความยากและซับซ้อนขึ้น โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เช่น เรื่องภาคตัดกรวย ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างมีลำดับขั้นตอน หรือนำไปใช้กับเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการมองรูปเรขาคณิตต่าง ๆ หรือกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้นทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้นพัฒนาการมองรูปเรขาคณิตที่มีความซับซ้อน ในสาระการเรียนรู้อื่น เช่น การแปลงทางเรขาคณิต เส้นขนานความคล้าย และควรมีการวิจัยการพัฒนาสื่อการสอนหรือนวัตกรรมใหม่ ๆ ให้เป็นคลังสื่อการสอนคณิตศาสตร์ในสาระเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อสามารถนำมาใช้ได้ในชีวิตจริงและสามารถนำไปต่อยอดในระดับที่สูงขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- กมลทิพย์ สมบัติธีระ. (2555). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของ Van Hieleโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. (วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยขอนแก่น).
- ชนิศรvara ฉัตรแก้ว และ สิริพร ทิพย์คง. (2549). การพัฒนาหน่วยการเรียนรู้เรขาคณิตและลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวนฮิล โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์. 21(1): 21-32.
- ชนิศรvara เลิศอมรพงษ์. (2554). เอกสารประกอบรายวิชา 01158431: การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. [ม.ป.ท.].
- ทิตนา แชมมณี. (2554). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นพดล ทุมเชื้อ. (2553). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่เน้นลำดับขั้นการคิดตามรูปแบบแวนฮิล ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดลานนาบุญ จังหวัดนนทบุรี. (การศึกษาค้นคว้าอิสระศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์).
- นวลศรี ชำนาญกิจ. (2550). ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวนฮิล ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวนฮิลและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาครู สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. งานวิจัยคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.
- ประภัสรา โคตะขุน. (2560). รูปแบบการสอนแบบต่างๆ. สืบค้นเมื่อ 29 พฤษภาคม 2560, จาก <https://sites.google.com/site/prapasara/15-1>
- [ภาพถ่ายโดย อุทัยวรรณ หวังโสม]. (2559, 14 กันยายน). ครูนำเข้าสู่กิจกรรมโดยแนะนำให้นักเรียนปฏิบัติตามอย่างเป็นขั้นตอน. กรุงเทพฯ: โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง.
- _____. (2559, 15 กันยายน). นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันระดมความคิดหาคำตอบด้วยตนเองและร่วมกันอภิปรายผลหน้าชั้นเรียน. กรุงเทพฯ: โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง
- _____. (2559, 29 สิงหาคม). ครูใช้คำถามกับนักเรียน โดยให้นักเรียนพิจารณาจากรูปที่กำหนดให้. กรุงเทพฯ: โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง.
- _____. (2559, 29 สิงหาคม). ครูอธิบายสมบัติ สาระสำคัญต่างๆ และแสดงตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล. กรุงเทพฯ: โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชลาดกระบัง.
- วินัย คำสุวรรณ. (2558). มโนทัศน์และการวิจัย ความเข้าใจคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์อินเตอร์ คอร์ปอเรชั่น.

- วีระ วงศ์สรรค์. (2559). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาที่มีผลการเรียนต่ำ. *วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยธนบุรี*. 5(1): 95–104.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สมทรง สุภาพานิช. (2553). เรขาคณิต...ศาสตร์มหัศจรรย์. *วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม*. 7(12): 33-37.
- สมพล เล็กสกุล. [ม.ป.ป.]. *เอกสารประกอบการอบรมครู*. [ม.ป.ท.].
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2548). *ความสำคัญของการเรียนการสอนเรขาคณิต*. สืบค้นเมื่อ 2 กุมภาพันธ์ 2560, จาก http://ripn-math.com/?page_id=627
- สิริพร ทิพย์คง. (2532). แวนฮีเลโมเดล : ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้เรขาคณิต. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*. 5(3): 91–100.
- _____. (2536). *ทฤษฎีวิธีสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (อัดสำเนา)
- อนนท์ ฤกษ์ยาม. (2554). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เสนอขนาน โดยใช้วิธีสอนตามแนวคิดของ Van Hiele และใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. (วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยขอนแก่น).
- อังคณา สุวรรณพัฒน์; และ ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์. (2557). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP). *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*. 29(2): 137–148.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2553). *หลักการสอน*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- Choi-koh, S. S. (1999). A student's learning of geometry using the computer. *Journal of Educational Research* 92(5): 301-311.
- Fuys, D., Geddes, D., and Tischler, R. (1984). *English Translation of selected Writings of Dina Van Hiele-Gelof and Pierre M. Van Hiele*. New York: Brooklyn College.
- Meng, C. C. and Sam, L. C. (2013). Enhancing primary pupils' geometric thinking through phase-based instruction using The Geometer's Sketchpad. *Asia Pacific Journal of Educators and Education* 28: 33-51.

Translated Thai References

- Chamnankit, N. (2007). *The effect of geometric teaching based on Dina Van Hiele's phases on Van Hiele levels of geometric thinking and proof ability of student teachers in mathematics program*. Research report of Faculty of science and technology, Nakhon Sawan Rajabhat University. (in Thai)
- Chatkaew, C. and Thipkong, S. (2006). A Development of geometric units and levels of geometric thought based on the Van Hiele Model by using dynamic geometry software for mathayomsuks all students Faculty of Education Kasetsart University. *Kasetsart Educational Review*. 21(1): 21 – 32. (in Thai)
- Damsuwan, W. (2015). *Concepts and Research, Mathematical Understanding*. Bangkok: DanexInter corporation. (in Thai).
- Jaithaing, A. (2010). *Principle of Teaching*. Bangkok: Odeon store. (in Thai)
- Khammanee, T. (2011). *The Art of Knowledge and Effective Learning Process*. Bangkok: Chulalongkorn University Publishing. (in Thai)
- Kotakhun, P. (2017). Teaching Styles. Retrived May 29, 2017 from <https://sites.google.com/site/prapasara/15-1>. (in Thai)
- Leksakul, S. [n.d.] *Teacher training materials*: [n.p.]. (in Thai)

- Lertamompong, C. (2011). *Teaching materials Subject 01158431:Using The Geometer's Sketchpad (GSP) in Teaching Mathematics*. [n.p.]. (in Thai)
- [Photographs of Utaiwan Wangsom]. (2016, August 29). *Teacher explains concepts and gives any examples with reasoning. Then he shows the examples of giving reasons*. Bangkok: Rattanakosinsomphotladkrabang School. (in Thai)
- _____. (2016, September 15). *The students divide into groups and brainstorm the answers. Then they discuss the solutions in front of the classroom*. Bangkok: Rattanakosinsomphotladkrabang School. (in Thai)
- _____. (2016, 29 August). *The teacher asks the students by letting them consider the pictures given*. Bangkok : Rattanakosinsomphotladkrabang School. (in Thai)
- _____. (2016, 14 September). Bangkok : Rattanakosinsomphotladkrabang School. *The teacher begins the activities by telling the students to follow the procedure step by step*. Bangkok: Rattanakosinsomphotladkrabang School. (in Thai)
- Plangprasopchok, S. (2005). *The important of teaching geometry*. Retrived February 2, 2017 from http://ripn-math.com/?page_id=627 (in Thai)
- Ruechailam, A. (2011). *The Development of Mathematics Learning Activities about Parallel Lines Based on Van Hiele's Teaching Model and Used the Geometer's Sketchpad as a Learning Tool for Mathayomsuksa 2 Students*. (Master of Education Thesis, KhonKaen University). (in Thai)
- Sombutheera, K. (2012). *The Development of Mathematics Learning Activities Based on Van Hiele's Instructional Model using the Geometer's Sketchpad as a Learning Tool on solid Geometry and Volume of Rectangular for Prathomsuksa 6*. (Master of Education Thesis, KhonKaen University). (in Thai)
- Suwannaphat, A. and Lertamompong, C. (2014). *The organizing mathematics learning activities on conic section emphasize on mathematical skills and processes by using the geometer's Sketchpadprogram (GSP)*. *Kasetsart Educational Review*. 29(2): 137 – 148. (in Thai)
- Suwapanich, S. (2010). *Geometry... Miracle Knowledge*. *Education Journal of Rajabhat Mahasarakham University*. 7(12): 33–37. (in Thai)
- The Institute for the promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2012). *Professional Mathematics Teacher: the way to success*. Bangkok: 3Q media. (in Thai)
- Thipkong, S. (1989). *Van HieleModel :Level Learning Geometry*. *Kasetsart Educational Review*.5(3): 91–100. (in Thai)
- Thipkong, S. (1993). *Theory of Teaching Mathematics*. Bangkok: Faculty of Education Kasetsart University. (Copy) (in Thai)
- Thumchuea, N. (2010). *The study of mathematics learning achievement on Quadrilaterals by using The Geometer's Sketchpad software emphasis on Van Heile model of Prathomsuksa six Students Watlannaboorn School, ChangwatNonthaburi*.(Master of Education Independent Study, Kasetsart University). (in Thai)
- Wongsan, W. (2016). *The Development in Academic Achievement of Primary Students at Low Grade*. *Journal of Thonburi University*. 5(1): 95–104. (in Thai)