

# การเปรียบเทียบวิทยาการการแก้ปัญหา กำหนดการเชิงเส้น Linear Programming

*Comparison of science to solve linear programming problems*

ดร.พลกฤษ ตันตียนานุกูล

หัวหน้าสำนักวิชาการ วิทยาลัยเทคโนโลยีสยาม

## บทคัดย่อ

บทความฉบับนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิทยาการการแก้ปัญหา กำหนดการเชิงเส้น Linear Programming โดยใช้วิธี Graphical Technique และ Simplex Method ดังนี้

การแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น โดยใช้วิธีที่แตกต่างกันนั้น ในแต่ละวิธีย่อมจะมีทั้งข้อดีและข้อเสียเป็นเอกลักษณ์เฉพาะ เช่น วิธี Graphical Technique เหมาะสำหรับการนำเสนอ (Presentation) เพราะจะทำให้ผู้สนใจสามารถเข้าใจได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ส่วนวิธี Simplex Method เหมาะสำหรับกรณีที่ตัวแปรตัดสินใจมีจำนวนมากกว่า 2 ตัวแปร เป็นต้น

อย่างไรก็ตาม ในสถานการณ์จริงจะมีตัวแปรตัดสินใจจำนวนมาก ดังนั้น Excel Solver เป็นเครื่องมือที่จะสามารถช่วยให้ผู้ที่ศึกษาหรือผู้สนใจนำไปใช้ได้ เพราะสามารถใช้ง่ายและสะดวก

**คำสำคัญ :** กำหนดการเชิงเส้น/ตัวแปรตัดสินใจ/ฟังก์ชันเป้าหมาย

## Abstract

*This article aims to compare the science of solving linear programming problems (Linear Programming) using Graphical Technique and Simplex. Method are as follows.*

*The problem with different methods. How would each of which will have both advantages and disadvantages unique, such as Graphical Technique for presentation. because it enables enthusiasts to understand more clearly how the Simplex Method is ideal if more than two variables with the decision*

*However, the real life situations are so many variables decide the Excel Solver tool that will enable those who study or who are interested apply, because is easy and convenient.*

**Keyword :** Linear Programming/Decision Variables/Objective Function

## บทนำ

ในการดำเนินงานต่าง ๆ นั้นย่อมจะต้องประสบกับปัญหาอันเนื่องจากการที่มีทรัพยากรอยู่อย่างจำกัด แต่ความต้องการทรัพยากรกลับมีอยู่อย่างไม่จำกัด ดังนั้นการที่จะดำเนินงาน จำเป็นจะต้องนำความรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) มาช่วยสำหรับการวางแผนนโยบายต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายและทำให้เกิดประสิทธิภาพและประสิทธิผลให้มากที่สุด ซึ่งพบว่า กำหนดการเชิงเส้นสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์ด้านต่าง ๆ หลายด้านด้วยกัน เช่น ด้านการวางแผนการผลิต การบริหารการเงินหรือการลงทุน การตลาด ส่วนผสมอาหารและสินค้า การวางแผนทรัพยากรมนุษย์ และการขนส่ง เป็นต้น

กำหนดการเชิงเส้น เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีลำดับขั้นตอนในการคำนวณเพื่อให้ได้ Optimal Solution ใช้สำหรับการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันโดยตรงและมีสัดส่วนที่แน่นอน หรือที่เรียกว่ามีกำลังเท่ากับหนึ่ง การใช้กำหนดการเชิงเส้นมาแก้ปัญหาเกี่ยวกับการใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้บรรลุเป้าหมาย (Objective) ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุดคือ Maximization Profit หรือ Minimization Cost

กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) ก็เป็นทางเลือกที่สำคัญทางเลือกหนึ่งนิยมนำมาสร้างแบบจำลอง (Model) เพื่อเป็นเครื่องมือในการบริหารจัดการและเป็นแนวทางการดำเนินการให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดได้ กำหนดการเชิงเส้นได้รับการคิดค้นขึ้นมาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1920 ด้วยความร่วมมือกันของนักเศรษฐศาสตร์และนักคณิตศาสตร์ที่ชื่อว่า Wassily W. Leontief ซึ่งเป็นนักเศรษฐศาสตร์ที่มีชื่อเสียงอย่างมาก กับ George B. Dantzig ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ผู้ที่ได้คิดค้นและปรับปรุงทฤษฎีดังกล่าวตั้งแต่ปี ค.ศ. 1924 มาใช้จนถึงปัจจุบันนี้ ในทฤษฎีที่ชื่อว่า Simplex Method หรือ Simplex Linear Programming

## องค์ประกอบของกำหนดการเชิงเส้น

กำหนดการเชิงเส้นประกอบด้วย 3 ส่วน ได้แก่ สมการเป้าหมาย (Objective Function) ข้อจำกัด (Condition) และ ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) ดังนี้

1. สมการเป้าหมาย (Objective Function) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่ได้รับการตัดสินใจ (Decision) ซึ่งทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด คือ เป้าหมายสูงสุด (Maximize Profit) และ เป้าหมายต่ำสุด (Minimize Cost)

2. ข้อจำกัดหรือข้อกำหนด (Condition) คือ กฎเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นเพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ โดยจะต้องอยู่ภายใต้ข้อจำกัดหรือข้อกำหนดเท่านั้น จะมีรูปแบบของสมการหรือสมการก็ได้ แต่ต้องมีลักษณะเป็นเชิงเส้น (Linear)

3. ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) หรือเรียกว่า ตัวแปรทางเลือก และเป็นตัวแปรที่ไม่นอกเหนือจากเงื่อนไข (Condition) โดยกำหนดว่า ตัวแปรตัดสินใจจะมีเครื่องหมายเป็นบวกหรือศูนย์ได้อย่างเดียวเท่านั้น จะติดลบไม่ได้ (Non Negative Conditions)

## รูปแบบของกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming Model)

1. รูปแบบปกติ (Normal Form) รูปแบบปกติหรือสมการปกติมีตัวแปรที่เป็นตัวแปรผัน (Variables)  $n$  และมีข้อจำกัด  $m$  ชุด แบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณี ดังนี้

กำหนดให้

$Z$  คือ มูลค่าของสมการเป้าหมาย เป็นดัชนีวัดประสิทธิภาพการตัดสินใจที่ทำให้ได้รับกำไรสูงสุด

$x_j$  คือ ตัวแปรการตัดสินใจ

$c_j$  คือ ต้นทุนต่อหน่วยของ  $x_j$

$\alpha_{ij}$  คือ สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ หรือ สัมประสิทธิ์ตัวแปรตัดสินใจ ( $x_j$ ) เป็นตัวแปรคงที่ (Fixed Variables)

$\beta_j$  คือ ปัจจัยการผลิต  $j$  ชนิด  
 $i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n$

สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$\text{Max Profit or Min Cost } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

เงื่อนไข (Condition)

$$\begin{aligned} \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 + \dots + \alpha_{1n}x_n & \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} \beta_1 \\ \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \alpha_{23}x_3 + \dots + \alpha_{2n}x_n & \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} \beta_2 \\ \dots & \dots \\ \alpha_{m1}x_1 + \alpha_{m2}x_2 + \alpha_{m3}x_3 + \dots + \alpha_{mn}x_n & \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} \beta_m \end{aligned} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

2. รูปแบบสมการลดรูปหรือรูปแบบสมการอย่างง่าย (The Canonical Form) รูปแบบกำหนดการเชิงเส้นแบบอย่างง่ายนี้เป็นกำหนดการเชิงเส้นที่เขียนโดยการใส่ Summation เข้าไปในรูปแบบสมการปกติ (Normal Form) ดังนี้

สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$\text{Max Profit or Min Cost } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4)$$

Condition

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} \beta_i \quad (5)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

3. รูปแบบเมทริกซ์ (Matrix Form) รูปแบบกำหนดการเชิงเส้นแบบเมทริกซ์นี้จะกำหนดให้มีเวกเตอร์ด้วยกัน 3 ชุด และเมทริกซ์ 1 ชุด ได้แก่ เวกเตอร์  $\delta$ , เวกเตอร์  $x$  และเวกเตอร์  $\beta_j$  และเมทริกซ์  $A$  ดังนี้

สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$\text{Max Profit or Min Cost } Z = \delta'_j x_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & & \alpha_{2n} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & & \alpha_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \alpha_{m3} & \dots & \alpha_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}$$

$$\alpha x \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} \beta_i \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

### การประยุกต์กำหนดการเชิงเส้นมาใช้กับหน่วยธุรกิจ (Firm)

ตัวอย่างที่ 1 บริษัทแห่งหนึ่งประกอบธุรกิจเลี้ยงไก่ ซึ่งจะต้องพิจารณาในเรื่องอาหารที่ผสมกันทั้งสามชนิด เพื่อให้ไก่ได้รับสารอาหารให้ครบถ้วนตามความต้องการขั้นต่ำ โดยเสียค่าใช้จ่ายให้น้อยที่สุด ซึ่งสารอาหารแต่ละชนิดแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ชนิดของสารอาหาร	อาหาร			
	ชนิดที่ 1	ชนิดที่ 2	ชนิดที่ 3	ความต้องการขั้นต่ำ
สารอาหาร 1 (mg/หน่วย)	20	12	10	55
สารอาหาร 2 (mg/หน่วย)	10	4	5	75
สารอาหาร 3 (mg/หน่วย)	15	12	19	90
ราคาต่อหน่วย (บาท/หน่วย)	20	40	80	

กำหนดให้

$x_1$  คือ จำนวนหน่วยของอาหารชนิดที่ 1

$x_2$  คือ จำนวนหน่วยของอาหารชนิดที่ 2 และ

$x_3$  คือ จำนวนหน่วยของอาหารชนิดที่ 3

สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$\text{Minimize } C = 20x_1 + 40x_2 + 80x_3$$

ข้อจำกัด (Constraints)

Subject to : Sub to

$$20x_1 + 12x_2 + 10x_3 \geq 55 \quad \text{สารอาหารชนิดที่ 1}$$

$$10x_1 + 4x_2 + 5x_3 \geq 75 \quad \text{สารอาหารชนิดที่ 2}$$

$$15x_1 + 12x_2 + 19x_3 \geq 90 \quad \text{สารอาหารชนิดที่ 3}$$

ข้อกำหนด (Restriction)

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

### การหาผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้น

การคำนวณหาคำตอบที่เหมาะสมของกำหนดการเชิงเส้น สามารถคำนวณหาคำตอบได้หลายวิธี สำหรับบทความวิชาการฉบับนี้จะวิเคราะห์ความแตกต่างแต่ละวิธี ได้แก่ Graphical Technique และ Simplex Method นอกจากนี้ยังได้นำเสนอเครื่องมือสำหรับแก้ปัญหา กำหนดการเชิงเส้น คือ Excel Solver แสดงได้ดังนี้

1. Graphical Technique มีขั้นตอนการหาผลลัพธ์ แสดงได้ดังนี้

แปลงรูปแบบสมการให้เป็นสมการ แล้วคำนวณหาจุดตัดบนเส้น ในคอแวนต์ที่ 1 เนื่องจากเงื่อนไขของกำหนดการเชิงเส้นที่บอกว่า Non Negative Condition ระบุพื้นที่การตัดสินใจ (Feasible Region)

3. สร้างสมการเป้าหมาย (Objective Function)

ตัวอย่างที่ 2

$$\begin{aligned} \text{Maximize } Z &= 10x_1 + 8x_2 \\ \text{Subject to} & \\ 8x_1 + 4x_2 &\leq 40 \\ 2x_1 + 8x_2 &\leq 60 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

วิธีแก้ปัญหาโดยใช้วิธี Graphical Technique

1. ปรับ Condition Function ให้อยู่ในรูปสมการ

สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$\text{Maximize } Z = 10x_1 + 8x_2 \quad (1)$$

$$8x_1 + 4x_2 \leq 40 \quad (2)$$

$$2x_1 + 8x_2 \leq 60 \quad (3)$$

ปรับสมการที่ (2) และสมการที่ (3) ให้เป็น

สมการดังนี้

$$8x_1 + 4x_2 = 40 \quad (4)$$

$$2x_1 + 8x_2 = 60 \quad (5)$$

2. ระบุพื้นที่การตัดสินใจ (Feasible Region)

จากสมการที่ (4) และสมการที่ (5) หาจุดตัดบนแกน  $x_1$  (Horizontal Axis) และบนแกน  $x_2$  (Vertical Axis) ดังนี้

จากสมการที่ (4)

$$8x_1 + 4(0) = 40$$

$$x_1 = 5$$

$$8(0) + 4x_2 = 40$$

$$x_2 = 10$$

จากสมการที่ (5)

$$2x_1 + 8(0) = 60$$

$$x_1 = 30$$

$$2(0) + 8x_2 = 60$$

$$x_2 = 7.5$$

ดังนั้น จากสมการที่ (4) และสมการที่ (5) สามารถคำนวณหาจุด E ได้ดังนี้

นำสมการที่ (4) คูณกับ 2

$$16x_1 + 8x_2 = 80 \quad (6)$$

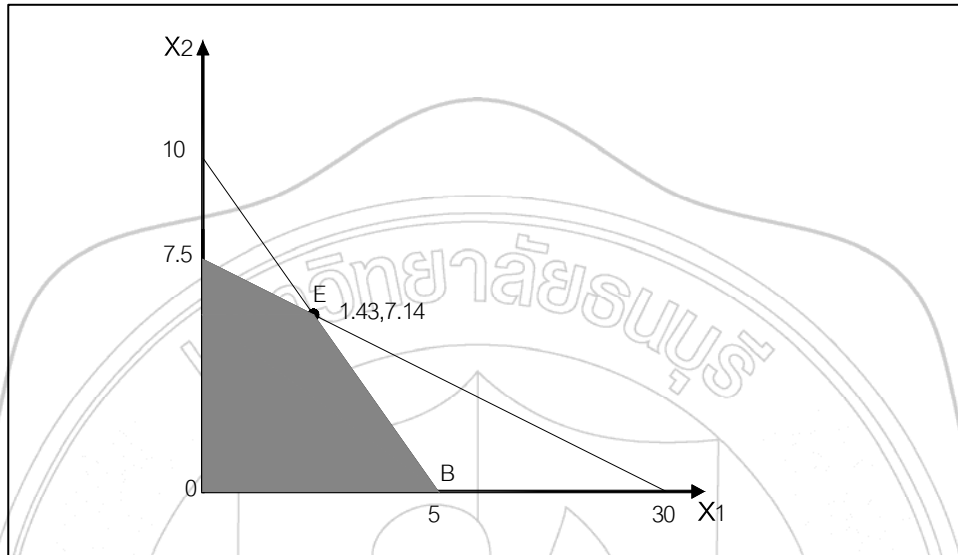
นำสมการที่ (6) - (5)

$$x_1 = 10/7 \text{ หรือ } 1.43$$

แทน  $x_1$  ในสมการที่ (4)

$$x_2 = 50/7 \text{ หรือ } 7.14$$

ดังนั้น สมการเป้าหมายที่เหมาะสมที่สุด คือ  
Maximize  $Z = 71.45$  แสดงได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 พื้นที่ที่เป็นไปได้ในสมการ  $Z = 10x_1 + 8x_2$  ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด

## 2. วิธี Simplex Method

การแก้ปัญหาการกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธี Simplex Method จะแยกการพิจารณา 2 ลักษณะคือ การแก้ปัญหาการกำหนดการเชิงเส้นค่าสูงสุด (Maximization Solution by Simplex Method) และการแก้ปัญหาการกำหนดการเชิงเส้นค่าต่ำสุด (Minimization Solution by Simplex Method)

### ตัวอย่างที่ 3

$$\text{Maximize } Z = 80x_1 + 60x_2 + 90x_3 \quad (1)$$

$$6x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 800 \quad (2)$$

$$8x_1 + 4x_2 + 4x_3 \leq 1,200 \quad (3)$$

$$4x_1 + 8x_2 + 4x_3 \leq 1,400 \quad (4)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1. การจัดรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน (Standard Form) ดังนี้

1.1 ถ้าฟังก์ชันเงื่อนไข (Constraints) มีเครื่องหมาย  $\leq$  ให้เติมตัวแปร Slack Variable : +S

ด้านซ้ายของสมการ แล้วเปลี่ยนสมการ ( $\leq$ ) ให้เป็นสมการ (=)

1.2 ถ้าฟังก์ชันเงื่อนไข (Constraints) มีเครื่องหมาย  $\geq$  ให้เติมตัวแปร Surplus Variable : -S และเพิ่มเติมด้วยตัวแปร Artificial Variable : A ด้านซ้ายของสมการ แล้วเปลี่ยนสมการ ( $\geq$ ) ให้เป็นสมการ (=)

1.3 ถ้าฟังก์ชันเงื่อนไข (Constraints) มีเครื่องหมาย = ให้เติมตัวแปร Artificial Variable : A ด้านซ้ายของสมการ

1.4 ฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ (Restriction) ตัวแปรตัดสินใจทุก ๆ ตัว ( $x_j, j = 1, 2, 3, \dots, n$ ) ตัวแปร Slack Variables, ตัวแปร Surplus Variables และ Artificial Variable ทุก ๆ ตัว ต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ

1.5 ฟังก์ชันสมการเป้าหมาย (Objective Function) ให้เติมตัวแปรที่เพิ่มเข้ามาในฟังก์ชันเงื่อนไข

(Constraints) ในรูปแบบมาตรฐาน (Standard Form) ทุก ๆ ตัว โดยการกำหนดสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่เพิ่มเข้ามา ดังนี้

ถ้าเป็นตัวแปร Slack Variable ให้เติมเป็น  $+0S$

ถ้าเป็นตัว Surplus Variable ให้เติมเป็น  $+0S$

ถ้าเป็นตัว Artificial Variable ให้เติมตัว Negative Big M ( $-MA$ ) ถ้าสมการเป้าหมายเป็น Minimize C ให้เติมตัว Big M ( $+M$ )

รูปแบบของกำหนดการเชิงเส้นที่จัดให้อยู่ในรูปแบบ Standard Form ดังนี้

$$\text{Maximize } Z = 80x_1 + 60x_2 + 90x_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 \quad (5)$$

$$6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 800 \quad (6)$$

$$8x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 0S_1 + S_2 + 0S_3 = 1,200 \quad (7)$$

$$4x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 0S_1 + 0S_2 + S_3 = 1,400 \quad (8)$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

2. การนำข้อมูลที่ได้จากสมการมาตรฐาน (Standard Form) ใส่ในตารางซิมเพล็กซ์ (The Preparatory Simplex Method) ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงการหาผลลัพธ์เบื้องต้น

		$C_j$	80	60	90	0	0	0	-
ตารางที่ 1	$C_i$	Basis Cell	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Result
$R_1^3$	0	$S_1$	6	2	4	1	0	0	800
$R_1^4$	0	$S_2$	8	4	4	0	1	0	1,200
$R_1^5$	0	$S_3$	4	8	4	0	0	1	1,400
		$Z_j$	0	0	0	0	0	0	0
		$C_j - Z_j$	80	60	90	0	0	0	-

จากตารางที่ 1 สามารถคำนวณหาค่า  $Z_j$  ได้จากผลรวมทั้งหมดของผลคูณย่อยตามแนวตั้งระหว่างค่า  $C_i$  กับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเงื่อนไขและผลลัพธ์ในตารางซิมเพล็กซ์ เช่น

$$Z_1 = (0)(6) + (0)(8) + (0)(4) = 0$$

3. การตรวจสอบผลลัพธ์เบื้องต้น โดยใช้หลักเกณฑ์คือ พิจารณาช่อง  $C_j - Z_j$  ถ้าเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด ค่า  $C_j - Z_j$  ทุกตัวกรณี Maximize จะต้องเป็นศูนย์หรือเป็นลบ (-) เท่านั้น ส่วนกรณี Minimize เป็นบวก (+) หรือ 0

4. การปรับปรุงผลลัพธ์ หลักเกณฑ์ในการพัฒนาผลลัพธ์ให้เหมาะสมมีดังนี้

4.1 การหาตัวแปรเข้า (Entering Variable Column Axis)

4.2 การหาตัวแปรออก (Existing Variable Row Axis)

ตารางที่ 2 แสดงการเลือกตัวแปรออก (Existing Variable Row Axis)

		$C_j$	80	60	90	0	0	0	-	
ตารางที่ 1	$C_i$	Basis Cell	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Result	Ratio
$R_1^3$	0	$S_1$	6	2	4	1	0	0	800	$800/4 = 200$
$R_1^4$	0	$S_2$	8	4	4	0	1	0	1,200	$1,200/4 = 300$
$R_1^5$	0	$S_3$	4	8	4	0	0	1	1,400	$1,400/4 = 350$
		$Z_j$								
		$C_j - Z_j$								

4.3 ปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่างๆ ในตารางซิมเพล็กซ์ ดังนี้

$$R_2^3 = R_1^3 / \text{Saddle Variable}$$

6. สรุปผลลัพธ์จากการปรับปรุง สามารถคำนวณหาค่า  $Z_j$  ได้จากผลรวมทั้งหมดของผลคูณย่อยตามแนวตั้งระหว่างค่า  $C_i$  กับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเงื่อนไข และผลลัพธ์ในตารางซิมเพล็กซ์

7. ตรวจสอบผลลัพธ์หลังจากการปรับปรุงครั้งที่ 1 โดยใช้หลักเกณฑ์คือ พิจารณาช่อง  $C_j - Z_j$  ถ้าเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด ค่า  $C_j - Z_j$  ทุกตัว

ตารางที่ 3 แสดงการสรุปผลจากการปรับปรุงครั้งที่ 2

		$C_j$	80	0	90	0	0	0	-	
	$C_i$	Basis Cell	$x_1$	$S_3$	$x_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Result	Ratio
$R_3^3$	90	$x_3$	$5/3$	0	1	$1/3$	0	$-1/12$	150	
$R_3^4$	0	$S_2$	$8/3$	0	0	$-2/3$	1	$-1/3$	200	
$R_3^5$	60	$x_2$	$-1/3$	1	0	$-1/6$	0	$1/6$	100	
		$Z_j$	130	60	90	20	0	$5/2$	19,500	
		$C_j - Z_j$	-50	-60	0	-20	0	$-5/2$		

เมื่อตรวจสอบผลลัพธ์หลังจากการปรับปรุงครั้งที่ 2 พบว่า ทุกช่องเป็น 0 และเป็นลบ (-) ทั้งหมด ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณครั้งนี้เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

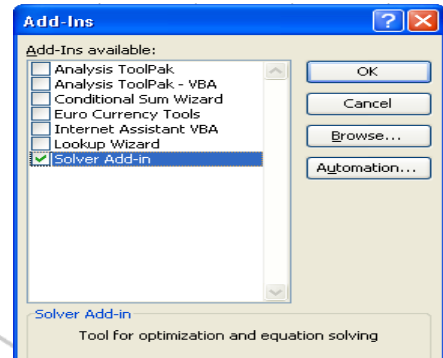
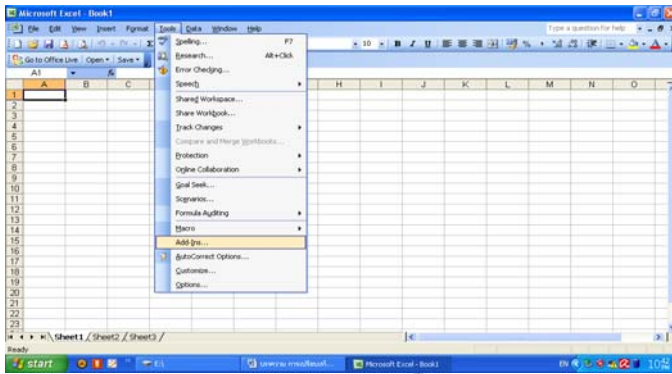
Maximize  $Z = 19,500$  โดยมี  $x_1 = 0, x_2 = 100, x_3 = 150$  เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

### 3. เครื่องมือการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นโดย Excel Solver

มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. สร้าง Solver Add-Ins (สำหรับเครื่องมือที่ไม่มีไว้ภายใต้เมนู Tools)



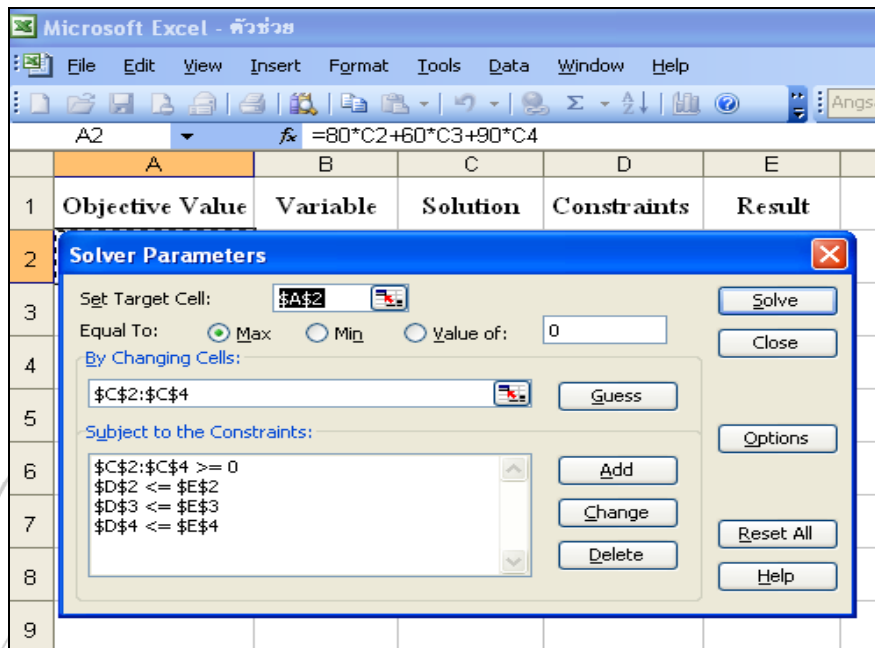


รูปที่ 2 Solver Add-Ins

2. สร้าง Worksheet เพื่อวิเคราะห์หาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Solution) จาก Solver Parameters จากข้อมูลในตัวอย่างที่ 3 พบว่า สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ด้วย Excel Solver ดังนี้

	A	B	C	D	E
1	Objective Value	Variable	Solution	Constraints	Result
2	$=80*C2+60*C3+90*C4$			$=6*C2+2*C3+4*C4$	800
3				$=8*C2+4*C3+4*C4$	1,200
4				$=4*C2+8*C3+4*C4$	1,400
5					

รูปที่ 3 นำข้อมูลใส่ใน Worksheet



รูปที่ 4 โค้ดบล็อกบ็อกซ์ Solver Parameter

1. ช่อง Set Target Cell เป็นช่อง Objective Function
2. By Changing Cells ให้ใส่ตำแหน่งของตัวแปรตัดสินใจ (Solution) ซึ่ง Excel สามารถรับตัวแปรตัดสินใจได้ถึง 200 ตัวแปร
3. Subject to the Constraints เป็นช่องที่ระบุเงื่อนไขของสมการ
4. เมื่อเติมทุกช่องจากข้อ 1-3 แล้วให้กด Solve เพื่อให้โปรแกรมสามารถคำนวณหาคำตอบ แสดงคำตอบได้ดังรูปที่ 5

	A	B	C	D	E	F
1	Objective Value	Variable	Solution	Constraints	Result	
2	19500		0	800	800	
3			100	1,000	1,200	
4			150	1,400	1,400	
5						

รูปที่ 5 แสดงผลการคำนวณโดยใช้ Excel Solver

Maximize  $Z = 19,500$  โดยมี  $x_1 = 0, x_2 = 100, x_3 = 150$  เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

## สรุป

บทความฉบับนี้ได้เลือกวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 วิธี ได้แก่ Graphical Technique และ Simplex Method ซึ่งแต่ละวิธีย่อมมีข้อดีและข้อเสียที่แตกต่างกัน สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

### Graphical Technique

#### ข้อดี

1. เป็นวิธีที่นิยมนำมาแก้ปัญหาเมื่อตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) มีจำนวนไม่เกิน 2 ตัวแปร
2. กระบวนการคิด และขั้นตอนการศึกษา ไม่ยุ่งยาก
3. สามารถคำนวณหาจุด Feasible Solution ได้ง่าย
4. สามารถนำเสนอผลการวิเคราะห์ให้เข้าใจง่าย
5. แสดงความชัดเจนของคำตอบที่ไม่สามารถคำนวณจุด Optimal Solution ได้

#### ข้อเสีย

รูปแบบสมการที่มีตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) มีจำนวนมากกว่า 2 ตัวแปร จะทำให้การคำนวณมีความซับซ้อน และมีความยุ่งยาก เพราะจะเป็นกราฟระนาบมาตัดกัน คงนำเสนอให้เห็นภาพได้ยากเช่นกัน ซึ่งจะทำให้การคำนวณหาพื้นที่ หรือการคำนวณหาคุณภาพเกิดความคลาดเคลื่อนได้สูง

### Simplex Method

#### ข้อดี

1. เป็นวิธีที่นิยมนำมาแก้ปัญหาเมื่อตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) มีจำนวนมากกว่า 2 ตัวแปร
2. สามารถคำนวณหาคุณภาพได้

#### ข้อเสีย

รูปแบบสมการที่มีตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) มีจำนวนมากกว่า 2 ตัวแปร เมื่อคำนวณหาคุณภาพจะมีความซับซ้อน ซึ่งผู้คำนวณจะต้องใช้ความจำและประสบการณ์ในระดับสูง เพราะถ้าผิดขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งจะส่งผลให้เกิดความผิดพลาดสูงเช่นกัน

อย่างไรก็ตาม ในปัจจุบันนี้คอมพิวเตอร์เข้ามามีบทบาทในชีวิตมากขึ้น และสามารถนำคอมพิวเตอร์ไปใช้แก้ปัญหาด้านต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นก็ได้รับความนิยมเช่นเดียวกัน ซึ่งในขณะเดียวกันการนำคอมพิวเตอร์ในส่วน Excel Solver มาใช้ก็ย่อมจะมีทั้งข้อดีและข้อเสียที่แตกต่างกัน แสดงได้ดังนี้

#### ข้อดี

1. สามารถคำนวณกำหนดการเชิงเส้นได้แม้ว่าตัวแปรตัดสินใจจะมีจำนวนมาก โดยปกติจะสามารถคำนวณได้ถ้าตัวแปรตัดสินใจไม่เกิน 200 ตัว ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริง
2. ผลการคำนวณรวดเร็ว และเกิดความผิดพลาดต่ำ
3. โปรแกรมที่นำมาใช้เป็นโปรแกรมที่สามารถเข้าถึงผู้บริโภคได้ทุกภาคส่วน
4. ประหยัดเวลาในการดำเนินงาน
5. สำหรับผู้ไม่เคยใช้โปรแกรมนี้ สามารถศึกษาด้วยตัวเองและปฏิบัติได้ง่าย
6. ประหยัดค่าใช้จ่ายในการซื้อโปรแกรมสำเร็จรูปประเภทอื่นๆ เช่น LINDO LINGO เป็นต้น

#### ข้อเสีย

สำหรับผู้ที่ไม่เคยลองใช้โปรแกรม Excel Solver หรือไม่มีความถนัดในการใช้โปรแกรมการคำนวณ จะต้องศึกษาให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ก่อน หรือฝึกปฏิบัติเพื่อให้เกิดความเชี่ยวชาญ มิฉะนั้นจะทำให้เกิดความผิดพลาดได้

#### ข้อเสนอแนะ

การเปรียบเทียบวิทยาการการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) ด้วยวิธี Graphical Technique และ Simplex Method ซึ่งมีข้อดีและข้อเสียที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ผู้ที่เลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งนั้น จะต้อง

พิจารณาประโยชน์ที่ต้องการและเงื่อนไขของแต่ละงาน หรือแต่ละโครงการประกอบด้วยกันเสมอ เพื่อให้สอดคล้องกับเป้าหมายที่วางไว้ให้มากที่สุด ซึ่งโครงการที่แตกต่างกันย่อมจะมีเงื่อนไขและตัวแปรตัดสินใจที่แตกต่างกันเสมอ

### บรรณานุกรม

- [1] พงษ์สรรค์ สุทธิไชยเมธี, “สถิติและการวิเคราะห์เชิงปริมาณ”, สำนักพิมพ์จามจุรี จำกัด กรุงเทพมหานคร, (2553)
- [2] Agrawal, R.C. and Earl O. Heady. “Operations Research Methods for Agricultural Decisions”, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, (1972)
- [3] Beneke, R.S. and Ronald Winerboer. “Linear Programming: Application to Agriculture”, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, (1973)
- [4] Heady, O. Earl. “Economic Models and Quantitative Methods for Decisions and Planning in Agriculture”, Proceeding for an East-West Seminar, The Iowa State University Press, Ames, (1971)
- [5] Horowitz, Ira. “An Introduction to Quantitative Business Analysis”, 2nd, International Student Edit, McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., (1972)  
Horowitz, Ira. “Decision Making and the Theory of the Firm”, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, (1970)
- [6] Irrigated and Agriculture Branch Operation and Maintenance Division. “Crop Coefficient and Pan Coefficient”, (1997)
- [7] Loomba, N.P. and E. Tuban. “Applied Programming for Management”, United State of America: Holt, Rinchart and Winston, Inc, (1927)
- [8] Low, A.R.C. Decision Making Under Uncertainty Linear Programming Model of Peasant Farmer Behavior, “Journal of Agricultural Economics”, 25, (3)(1974) : 313

