

การเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ โดยวิธีริจด์รีเกรสชัน ที่มีค่าเบี่ยงเบน กับวิธีมินูซไคเบรียริจด์ รีเกรสชัน

A COMPARISON OF MULTIPLE LINEAR REGRESSION COEFFICIENT ESTIMATION BY RIDGE REGRESSION WITH PRIOR INFORMATION METHOD AND MUNIZKIBRIA RIDGE REGRESSION

เบญจวรรณ ระหงษ์
หมวดศึกษาทั่วไป มหาวิทยาลัยธนบุรี
ben_ze59@hotmail.com

บทคัดย่อ

งานวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุของตัวแปรอิสระ 6 ตัวแปรเมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน โดย วิธีริจด์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน และวิธีมินูซไคเบรียริจด์ รีเกรสชันเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบได้แก่ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าเฉลี่ยความเอนเอียงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ ปัจจัยที่กำหนดในการศึกษามี 4 ปัจจัยคือ ระดับพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 4 ระดับ ขนาดตัวอย่าง 6 ขนาด ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่ม 4 ระดับ และระดับความต่างของค่าคงที่ ทำการศึกษาจำลองแบบ โดยการทำซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

ผลการศึกษายกได้เกณฑ์ $AMSE(\hat{\beta})$ สรุปได้ว่า วิธีริจด์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบนจะมีประสิทธิภาพสูงสุด ที่ทุกระดับพหุสัมพันธ์ ทุกขนาดตัวอย่าง และความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่าน้อย ส่วนวิธีมินูซไคเบรียริจด์ รีเกรสชันจะมีประสิทธิภาพสูงสุดบางกรณี เช่น ที่ขนาดตัวอย่างเล็กและความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่ามาก และบางกรณีที่ระดับพหุสัมพันธ์ต่ำและขนาดตัวอย่างใหญ่ และความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่ามาก

ผลการศึกษายกได้เกณฑ์ $ABIAS(\hat{\beta})$ สรุปได้ว่า วิธีริจด์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบนจะมีประสิทธิภาพสูงสุด ที่ทุกระดับพหุสัมพันธ์ ทุกขนาดตัวอย่าง และความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่าน้อย ส่วนวิธีมินูซไคเบรียริจด์ รีเกรสชันจะมีประสิทธิภาพสูงสุดบางกรณี เช่น ที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ และความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่ามาก และบางกรณีที่ระดับพหุสัมพันธ์ต่ำและขนาดตัวอย่างเล็ก และความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่ามาก

ผลการศึกษายกได้เกณฑ์ $AMSE(\hat{\beta})$ และ $ABIAS(\hat{\beta})$ สรุปได้ว่า วิธีริจด์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบนจะมีประสิทธิภาพสูงสุด ที่ทุกระดับพหุสัมพันธ์ ทุกขนาดตัวอย่าง และความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มมีค่าน้อย

คำสำคัญ : วิธีริจด์รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน, วิธีมินูซไคเบรียริจด์รีเกรสชัน

Abstract

The purpose of this study is to compare the methods of estimating multiple linear regression coefficients of six independent variables with the presence of multicollinearity by Ridge Regression with Prior Information method and Munizkibria Ridge Regression method. The comparing criteria are average value of mean square errors ($AMSE(\hat{\beta})$) and average bias of multiple linear regression coefficient's estimate ($ABIAS(\hat{\beta})$) factors of study consisting of 4 levels of positive multicollinearity, 6 levels of sample size, 4 levels of variance of error term. The results base on 1,000 repetitions in each situation. The main results are as follow

The result of the study under the $AMSE(\hat{\beta})$ as the criterion, Ridge Regression with Prior Information gives the best estimators in terms of least $AMSE(\hat{\beta})$ in the case of all correlation and sample size with small variance of error term. Munizkibria Ridge Regression gives the best result some case with small sample size and large variance of error term and some case with low correlation and large sample size and large variance of error term.

The result of the study under the $ABIAS(\hat{\beta})$ as the criterion, Ridge Regression with Prior Information gives the best estimators in terms of least $ABIAS(\hat{\beta})$ in the case of all correlation and sample size with small variance of error term. Munizkibria Ridge Regression gives the best result some case with large sample size and large variance of error term and some case with low correlation with small sample size and large variance of error term.

The result of the study under both of $AMSE(\hat{\beta})$ and $ABIAS(\hat{\beta})$ as the criterion, Ridge Regression with Prior Information gives the best result in the case of all correlation and sample size with small variance of error term.

Keywords : Ridge Regression with Prior Information method, Munizkibria Ridge Regression

บทนำ

การวิเคราะห์การถดถอย เป็นวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้กันแพร่หลายทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์ และสังคมศาสตร์ การวิเคราะห์การถดถอยนี้เป็นวิธีการทางสถิติที่จะนำมาใช้เพื่อศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม กับตัวแปรอิสระ และประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ วิธีที่นิยมใช้กันมากที่สุดในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square Method : OLS) ซึ่งเป็นวิธีที่ให้ตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงและมีความ

แปรปรวนต่ำที่สุด (Minimum Variance Unbiased Estimator) ภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้น คือ ตัวแปรอิสระแต่ละตัวจะต้องไม่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นซึ่งกันและกัน เมื่อตัวแปรอิสระต่าง ๆ ที่นำมาศึกษา มีความสัมพันธ์กัน คือเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์ (Multicollinearity) จะส่งผลให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีความเอนเอียงและค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error: MSE) มีค่าสูง เพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าวข้างต้นจึงได้มีผู้เสนอ

วิธีการ และพัฒนาวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุเมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน

ครอส, จิน และฮานูมารา (Crouse, Jin and Hanumara, 1995) [1] ได้พัฒนาวิธีรีดจ์ รีเกรสชัน ที่ใช้ร่วมกับค่าเบี่ยงเบน ของสวิตช์ให้ประสิทธิภาพ โดยเสนอการประมาณค่า k นำมาปรับค่าในสูตรประมาณค่าสัมประสิทธิ์กรณีตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน ซึ่งสามารถหาค่า k ที่แน่นอนได้ และค่าประมาณที่ได้มีความแม่นยำ ซึ่งนำไปใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุในกรณีตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน

มุนิช และ ไคเบรีย (Muniz and Kibria, 2009) [2] ได้เสนอวิธีการประมาณค่า k ของ วิธีรีดจ์ รีเกรสชัน ซึ่งนำไปใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุในกรณีตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน นอกจากนี้ยังได้เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าระหว่างวิธีกำลังสองน้อยที่สุด, วิธีรีดจ์รีเกรสชัน ที่ประมาณค่า k โดย ไฮเออร์ล และ เคนนาร์ค วิธีรีดจ์ รีเกรสชัน ที่ประมาณค่า k โดย ไคเบรีย (Kibria 2003) [3] วิธีรีดจ์ รีเกรสชัน ที่ประมาณค่า k โดย คาลาฟ และ ชูเคอร์ (Khalaf and Shukur, 2005) [4] พบว่าวิธีรีดจ์ รีเกรสชัน ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่าน้อยกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเมื่อใช้ค่า

$$k_M = \max \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{t_{\max} \hat{\sigma}^2}{(n-p)\hat{\sigma}^2 + t_{\max} \hat{\alpha}_j^2}}} \right)$$

และให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่าต่ำที่สุด

จะเห็นได้ว่าทั้ง วิธีรีดจ์ รีเกรสชัน ที่มีค่าเบี่ยงเบน และวิธีมุนิชไคเบรียรีดจ์ รีเกรสชัน เป็นวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน แต่ยังไม่ได้มีการเปรียบเทียบวิธีการทั้ง 2 วิธีว่าวิธีการใด

ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเปรียบเทียบวิธีรีดจ์ รีเกรสชัน ที่มีค่าเบี่ยงเบน และวิธีมุนิชไคเบรียรีดจ์ รีเกรสชัน ว่าควรเลือกใช้วิธีการใดจึงเหมาะสม

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การศึกษาค้นคว้ามีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบหาวิธีการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ระหว่างวิธีรีดจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน (Ridge Regression with Prior Information) และวิธีมุนิชไคเบรียรีดจ์ รีเกรสชัน ปัจจัยที่กำหนดในการศึกษามี 4 ปัจจัยคือความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่ม 4 ระดับ ขนาดตัวอย่าง 6 ขนาดระดับพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ 4 ระดับ

สมมติฐานของการวิจัย

สมมติฐานหลักของการศึกษามีดังนี้

1. ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีระดับพหุสัมพันธ์กันสูง วิธีมุนิชไคเบรียรีดจ์ รีเกรสชันจะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าเฉลี่ยความเอนเอียงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุน้อยกว่าวิธีรีดจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน
2. ในกรณีที่ความแปรปรวนมีค่ามาก วิธีมุนิชไคเบรียรีดจ์ รีเกรสชัน จะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าเฉลี่ยความเอนเอียงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุน้อยกว่าวิธีรีดจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน
3. ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ วิธีมุนิชไคเบรียรีดจ์ รีเกรสชันจะมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าเฉลี่ยความเอนเอียงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุน้อยกว่าวิธีรีดจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน

ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษากรณีที่มีตัวแปรอิสระ 6 ตัวแปร
2. ศึกษากรณีที่มีขนาดตัวอย่าง (n) เป็น 10, 20, 30, 50, 100, 200
3. ศึกษาภายใต้ลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่มมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 0.25, 1, 9 และ 25
4. กำหนดสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ (β)

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. ระดับพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระที่สนใจศึกษาแบ่งเป็น 3 ระดับคือ

- 5.1 ระดับต่ำ $\rho_{ij} = 0.3$
- 5.2 ระดับกลาง $\rho_{ij} = 0.5, 0.7$
- 5.3 ระดับสูง $\rho_{ij} = 0.9$

เมื่อ ρ_{ij} แทนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง X_i กับ X_j ($1 \leq i \neq j \leq 3$)

กลุ่มตัวแปรที่มีพหุสัมพันธ์ (x_1, x_2, x_3) กับกลุ่มตัวแปรที่ไม่มีพหุสัมพันธ์ (x_4, x_5, x_6)

6. การจำลองค่าทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

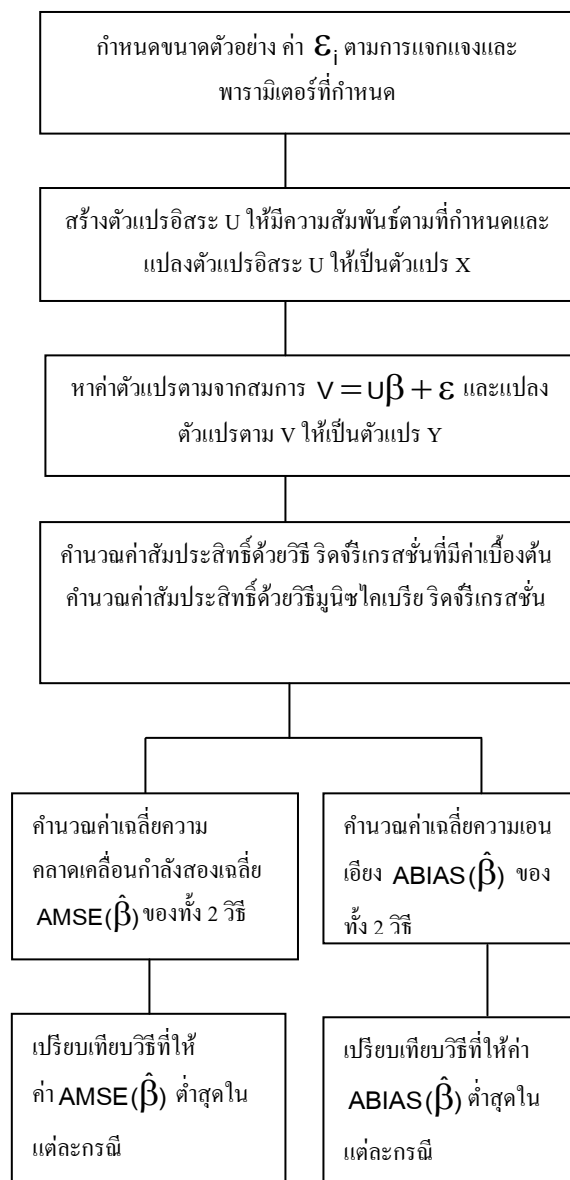
เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบว่าวิธีในการหาตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุวิธีใดจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด คือค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Square Error : AMSE) และค่าเฉลี่ยความเอนเอียงของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ โดยวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

เฉลี่ยและค่าเฉลี่ยความเอนเอียงต่ำที่สุดจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจเลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดให้เหมาะกับสถานการณ์ เมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันในตัวแบบเชิงเส้น

วิธีดำเนินการวิจัย



สรุปผลการวิจัย

สรุปวิธีการที่เหมาะสมเมื่อใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ในทุกกรณี

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 0.25 ในทุกขนาดตัวอย่าง และทุกระดับพหุสัมพันธ์ วิธีริตจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน มีประสิทธิภาพสูงสุด

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 1 เกือบทุกกรณีวิธีริตจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง 10 ระดับพหุสัมพันธ์ 0.7, 0.9 วิธีมินูชโคเบรียริตจ์ รีเกรสชัน มีประสิทธิภาพสูงสุด

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 9 เกือบทุกกรณี วิธีริตจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง 10 ในทุกระดับพหุสัมพันธ์ วิธีมินูชโคเบรียริตจ์ รีเกรสชันมีประสิทธิภาพสูงสุด

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 25 เกือบทุกกรณี วิธีริตจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง 10 ในทุกระดับพหุสัมพันธ์ วิธีมินูชโคเบรียริตจ์ รีเกรสชัน มีประสิทธิภาพสูงสุด ดังรายละเอียดในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงค่า $AMSE(\beta)$ ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนสุ่มเป็นการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 25

การแจกแจง	ขนาดตัวอย่าง	ระดับพหุสัมพันธ์	วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ	
			RJ	RM
N(0,25)	10	0.3	4.6617	4.1797
		0.5	4.8472	4.2570
		0.7	5.9832	4.3041
		0.9	12.4886	4.1873

การแจกแจง	ขนาดตัวอย่าง	ระดับพหุสัมพันธ์	วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ	
			RJ	RM
	20	0.3	.7226	1.7957
		0.5	.7786	2.0264
		0.7	.8518	2.3877
		0.9	1.5200	3.3146
	30	0.3	.4088	1.0988
		0.5	.4343	1.2457
		0.7	.4865	1.5355
		0.9	.7670	2.4949
	50	0.3	.2073	.5871
		0.5	.2350	.7022
		0.7	.2463	.8557
		0.9	.4136	1.6277
100	0.3	.1013	.2828	
	0.5	.1023	.3216	
	0.7	.1159	.4148	
	0.9	.1744	.8409	
200	0.3	.0492	.1381	
	0.5	.0521	.1599	
	0.7	.0594	.2112	
	0.9	.0964	.4521	

สรุปวิธีการที่เหมาะสมเมื่อใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยความเอนเอียง ในทุกกรณี

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 0.25, 1 ในทุกขนาดตัวอย่าง และทุกระดับพหุสัมพันธ์ วิธีริตจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน มีประสิทธิภาพสูงสุด

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 9 เกือบทุกกรณี วิธีมินูชโคเบรียริตจ์ รีเกรสชัน มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง 50 ระดับพหุสัมพันธ์ 0.7 และที่ขนาดตัวอย่าง 100, 200 ระดับพหุสัมพันธ์ 0.5 วิธีมินูชโคเบรียริตจ์รีเกรสชันมีประสิทธิภาพสูงสุด

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 25 เกือบทุกกรณี วิธีริตจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงเบน มีประสิทธิภาพสูงสุด ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง 200 ในทุก

ระดับพหุสัมพันธ์ วิธีมินิซ ไคเบรียริดจ์ รีเกรสชัน มีประสิทธิภาพสูงสุด ดังรายละเอียดในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงค่า **ABIAS** (β) ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนสุ่มเป็นการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 25

การแจกแจง	ขนาดตัวอย่าง	ระดับพหุสัมพันธ์	วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นพหุ	
			RJ	RM
N(0,25)	10	0.3	-0.179	-1.380
		0.5	.0159	-.1140
		0.7	.0044	-.1075
		0.9	-0.0150	-.0983
	20	0.3	.0055	-.0347
		0.5	.0001	-.0340
		0.7	-.0040	-.0349
		0.9	-.0047	-.0301
	30	0.3	-.0029	-.0269
		0.5	-.0244	-.0418
		0.7	-.0065	-.0224
		0.9	.0076	-.0071
	50	0.3	.0016	-.0115
		0.5	.0047	-.0055
		0.7	-.0167	-.0261
		0.9	-.0043	-.0127
	100	0.3	-.0120	-.0176
		0.5	-.0076	-.0130
		0.7	.0008	-.0034
		0.9	-.0037	-.0085
200	0.3	.0021	-.0010	
	0.5	.0030	.0008	
	0.7	.0045	.0023	
	0.9	-.0055	-.0077	

สรุปวิธีการที่เหมาะสมเมื่อใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าเฉลี่ยความเอนเอียง ในทุกกรณี

ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 0.25, 1 ในทุกขนาดตัวอย่าง และทุกระดับพหุสัมพันธ์ วิธีริดจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงต้น มีประสิทธิภาพสูงสุด

ค่าความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มเป็น 9, 25 ขนาดตัวอย่าง 20, 30, 50 ในทุกระดับพหุสัมพันธ์ วิธีริดจ์ รีเกรสชันที่มีค่าเบี่ยงต้น มีประสิทธิภาพสูงสุด

ข้อเสนอแนะ

1. ควรศึกษาเพิ่มเติมในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบอื่น
2. ควรศึกษาเพิ่มเติมในกรณีทุกระดับพหุสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าน้อยกว่าศูนย์

เอกสารอ้างอิง

[1] Crouse Robert H.; Jin Chun;& Hanumara R. C. (1995). Unbiased ridge estimation with prior information and ridge trace. **Communications in Statistics-Theory and Methods.** 2341-2354.

[2] Muniz Gisela; Kibria B. M. Golam; & Shukur Ghazi. (2009). **On Developing Ridge Regression Parameters: A Graphical investigation**

[3] Kibria B.M.G. (2003). Performance of some new ridge regression estimators **Communications in Statistics Theory and Methods.** 32: 419-435.

[4] Khalaf, G.;& G Shukur. (2005). Choosing ridge parameter for regression problem. **Common Stat. Theory Methods.** 34: 1177-1182.