บทที่ 1

ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต

1.1 เศษส่วน

เศษส่วน หมายถึง กลุ่มของตัวเลขที่นำเขียนซ้อนกันอยู่โดยมีเครื่องหมายเศษส่วน (–) คั่นอยู่ ตัวเลขที่อยู่ข้างบนเรียกว่า **“เศษ”** ตัวเลขที่อยู่ข้างล่างเรียกว่า **“ส่วน”** รวมเรียกว่า **“เศษส่วน”** เช่น $\frac{2}{3}$ อ่านว่า เศษสองส่วนสาม , $\frac{8}{5}$ อ่านว่า เศษแปดส่วนห้า เป็นต้น

1.1.1 ตัวเลขเศษส่วนแบ่งออกได้เป็น 4 แบบ คือ

1.1.1.1 เลขจำนวนเต็ม คือ ตัวเลขที่อยู่จำนวนเดียวโดดๆ โดยไม่มีเศษหรือถ้าคิดเป็นเศษส่วนจำนวนเต็มจะมีส่วนเป็น 1 เสมอ เช่น $\frac{2}{1}$ เป็นต้น

1.1.1.2 เศษส่วนแท้ คือ จำนวนตัวเลขที่มีส่วนไม่ใช่ 1 และมีเศษน้อยกว่าส่วน เช่น $\frac{1}{3},\frac{5}{8},\frac{19}{27}$ เป็นต้น

1.1.1.3 เศษส่วนเกิน คือ จำนวนตัวเลขที่มีส่วนไม่ใช่ 1 และมีเศษมากกว่าส่วน เช่น $\frac{3}{2},\frac{9}{7},\frac{53}{49}$ เป็นต้น

1.1.1.4 เศษส่วนจำนวนคละ คือ จำนวนตัวเลขที่มีทั้งจำนวนเต็มและเศษส่วนแท้ เช่น $2\frac{1}{4},5\frac{7}{8},16\frac{3}{5}$ เป็นต้น

1.1.2 การทำเศษส่วนเกินให้เป็นจำนวนคละ มีหลักการดังนี้

ให้เอาตัวส่วนไปหารตัวเศษ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนเต็ม เศษที่เหลือจะเป็นตัวเศษของตัวหาร เช่น

<u>ตัวอย่างที่ 1.1</u> จงทำ $\frac{57}{11}$ ให้เป็นจำนวนคละ

วิธีทำ $\frac{57}{11} = 11\overline{)57}$ ได้ผลหาร 5

$$\begin{array}{r} 5 \\ 11\overline{)57} \\ 55 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$= 5\frac{2}{11}$$ **<u>ตอบ</u>**

1.1.3 การทำจำนวนคละให้เป็นเศษส่วนเกิน มีหลักการดังนี้

ให้เอาตัวส่วนไปคูณจำนวนเต็ม ได้เท่าไรนำไปบวกกับตัวเศษผลที่ได้จะเป็นตัวเศษของส่วนตากต้องการ เช่น

<u>ตัวอย่างที่ 1.2</u> จงทำ $3\frac{7}{8}$ ให้เป็นเศษส่วนเกิน

วิธีทำ $3\frac{7}{8} = \frac{(3\times8)+7}{8} = \frac{31}{8}$ **<u>ตอบ</u>**

1.1.4 การบวกลบเศษส่วน

เศษส่วนที่จะนำมาบวกลบกันได้ จะต้องมีส่วนเท่ากัน แล้วเอาเฉพาะตัวเศษมาบวกลบกัน ถ้าตัวส่วนไม่เท่ากัน เราจะต้องทำตัวส่วนนั้นให้เท่ากันเสียก่อน แล้วจึงนำมาบวกลบกัน แต่ถ้าเป็นเศษส่วนจำนวนคละ จะแยกจำนวน

เต็มและเศษส่วนไว้อย่างละพวก แล้วบวกลบแต่ละส่วน หรือจะนำเลขจำนวนคละนั้นให้เป็นส่วนเกินเสียก่อน แล้วจึงบวกลบกันก็ได้ โดยมีหลักการดังนี้

- เอาส่วนของแต่ละจำนวนไปหาร ค.ร.น. ได้เท่าไรจะใช้เป็นตัวส่วนของผลลัพธ์ที่จะหา
- เอาส่วนของแต่ละจำนวนไปหาร ค.ร.น. ได้เท่าไรนำผลที่ได้ไปคูณตัวเศษของจำนวนนั้น และนำเศษที่ได้บวกลบกัน

<u>ตัวอย่างที่ 1.3</u> จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $\frac{2}{3}+\frac{7}{8}+\frac{1}{6}$ 2. $3\frac{1}{3}+7\frac{2}{5}+1\frac{1}{6}$

วิธีทำ ข้อที่ 1. $\frac{2}{3}+\frac{7}{8}+\frac{1}{6}$

$$= \frac{(2\times 8)+(7\times 3)+(1\times 4)}{24}$$

$$= \frac{16+21+4}{24}$$

$$= \frac{41}{24} \qquad = 1\frac{17}{24}$$ **<u>ตอบ</u>**

ข้อที่ 2. $3\frac{1}{3}+7\frac{2}{5}+1\frac{1}{6} = (3+7+1)+(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{1}{6})$

$$= (3+7+1)+(\frac{10+12+5}{30})$$

$$= (11)+(\frac{27}{30})$$

$$= 11\frac{27}{30} \qquad = 11\frac{9}{10}$$ **<u>ตอบ</u>**

หรือ วิธีที่ 2 ของตัวอย่าง ข้อที่ 2. $3\frac{1}{3}+7\frac{2}{5}+1\frac{1}{6} = \frac{10}{3}+\frac{37}{5}+\frac{7}{6}$

$$= \frac{100+222+35}{30}$$

$$= \frac{357}{30}$$

$$= 11\frac{27}{30} = 11\frac{9}{10}$$ **<u>ตอบ</u>**

<u>ตัวอย่างที่ 1.4</u> จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{3a}{2b}+\frac{2b}{5a}-\frac{1}{ab}$

<u>วิธีทำ</u> $\frac{3a}{2b}+\frac{2b}{5a}-\frac{1}{ab}$

$$= \frac{(3a\times 5a)+(2b\times 2b)-(1\times 10)}{10ab}$$

$$= \frac{15a^2+4b^2-10}{10ab}$$ **<u>ตอบ</u>**

1.1.5 การคูณเศษส่วน มีหลักการดังนี้

- ถ้าเป็นเศษส่วนจำนวนคละ ให้ทำเป็นเศษส่วนเกินเสียก่อน
- เอาตัวเศษคูณตัวเศษ และตัวส่วนคูณตัวส่วน
- ถ้าเป็นเศษส่วนคูณกับจำนวนเต็ม ให้เอาตัวเศษคูณกับจำนวนเต็ม

ตัวอย่างที่ 1.5 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $\frac{3}{4}\times\frac{7}{8}$ 2. $2\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}\times\frac{1}{3}$ 3. $1\frac{1}{4}\times 8$

วิธีทำ 1. $\frac{3}{4}\times\frac{7}{8} = \frac{3\times 7}{4\times 8}$

$= \frac{21}{32}$ **ตอบ**

2. $2\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}\times\frac{1}{3} = \frac{5}{2}\times\frac{5}{9}\times\frac{1}{3}$

$= \frac{5\times 5\times 1}{2\times 9\times 3}$

$= \frac{25}{54}$ **ตอบ**

3. $1\frac{1}{4}\times 8 = \frac{5}{4}\times 8$

$= \frac{5\times 8}{4}$

$= \frac{40}{4} = 10$ **ตอบ**

1.1.6 การหารเศษส่วน มีหลักการดังนี้

- ถ้าเป็นเศษส่วนจำนวนคละ ให้ทำเป็นเศษส่วนเกินเสียก่อน
- ให้เปลี่ยนเครื่องหมาย "หาร" เป็น "คูณ" แล้วกลับตัวหารจากตัวเศษเป็นตัวส่วนและตัวส่วนเป็นตัวเศษ แล้วคูณกันตามหลักการคูณ

ตัวอย่างที่ 1.6 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $1\frac{2}{5}\div 6\frac{3}{7}$ 2. $2\frac{7}{8}\div 4$ 3. $6\frac{1}{3}\times\frac{5}{8}\div\frac{3}{5}\times 2\frac{1}{2}$

วิธีทำ 1. $1\frac{2}{5}\div 6\frac{3}{7} = \frac{7}{5}\div\frac{45}{7}$

$= \frac{7}{5}\times\frac{7}{45}$

$= \frac{49}{225}$ **ตอบ**

2. $2\frac{7}{8}\div 4 = \frac{23}{8}\div\frac{4}{1}$

$= \frac{23}{8}\times\frac{1}{4} = \frac{23}{32}$ **ตอบ**

3. $6\frac{1}{3}\times\frac{5}{8}\div\frac{3}{5}\times 2\frac{1}{2} = (\frac{19}{3}\times\frac{5}{8})\div(\frac{3}{5}\times\frac{5}{2})$

$= \frac{19}{3}\times\frac{5}{8}\div\frac{3}{2}$

$= \frac{95}{24}\div\frac{3}{2} = \frac{95}{24}\times\frac{2}{3} = \frac{190}{72} = 2\frac{46}{72} = 2\frac{23}{36}$ **ตอบ**

1.1.7 เศษส่วนซ้อน หมายถึง จำนวนเลขเศษส่วนซึ่งมีตัวเศษเป็นเศษส่วน และตัวส่วนเป็นเศษส่วน หรือตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็ม และอีกตัวหนึ่งเป็นเศษส่วน เช่น $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{7}}$, $\dfrac{3}{\frac{1}{4}}$, $\dfrac{\frac{11}{12}}{5}$ เป็นต้น ดังนั้น เลขเศษซ้อนก็คือเศษส่วนหารกันอยู่นั้นเอง เช่น $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{7}}$ คือ $\frac{1}{3}\div\frac{5}{7}$ และ $\dfrac{3}{\frac{1}{4}}$ คือ $3\div\frac{1}{4}$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.7 จำทำให้เป็นผลสำเร็จ $\dfrac{\frac{7}{8}-\frac{3}{8}\times\frac{1}{3}+\frac{4}{5}}{\frac{6}{5}\div\frac{1}{4}\times16-\frac{1}{6}}$

วิธีทำ

$$\dfrac{\frac{7}{8}-\frac{3}{8}\times\frac{1}{3}+\frac{4}{5}}{\frac{6}{5}\div\frac{1}{4}\times16-\frac{1}{6}} = \dfrac{\frac{7}{8}-(\frac{3}{8}\times\frac{1}{3})+\frac{4}{5}}{\frac{6}{5}\div(\frac{1}{4}\times16)-\frac{1}{6}}$$

$$= \dfrac{\frac{7}{8}-\frac{1}{8}+\frac{4}{5}}{\frac{6}{5}\div4-\frac{1}{6}}$$

$$= \dfrac{\frac{7}{8}-\frac{1}{8}+\frac{4}{5}}{(\frac{6}{5}\times\frac{1}{4})-\frac{1}{6}}$$

$$= \dfrac{\frac{7}{8}-\frac{1}{8}+\frac{4}{5}}{\frac{3}{10}-\frac{1}{6}}$$

$$= \dfrac{\frac{35-5+32}{40}}{\frac{9-5}{30}}$$

$$= \dfrac{\frac{62}{40}}{\frac{4}{30}} = \frac{62}{40}\times\frac{30}{4} = \frac{98}{8} = 12\frac{1}{4}$$ **ตอบ**

1.2 ทศนิยม (Deccimal)

ทศนิยม หมายถึง เลขซึ่งประกอบด้วยเลขจำนวนเต็ม 2 กลุ่มและเลขทั้ง 2 กลุ่มนี้จะคั่นด้วยจุดๆ หนึ่ง เรียกจุดนี้ว่า “จุดทศนิยม” แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ทศนิยมรู้จบ , ทศนิยมไม่รู้จบ

1.2.1 ทศนิยมรู้จบ คือ จำนวนที่มีส่วนเป็น 10 , 100 , 1000 ฯลฯ และการทำทศนิยมให้เป็นเศษส่วน เช่น $0.1=\frac{1}{10}$, $0.034=\frac{34}{1000}$, $0.1254=\frac{1254}{10000}$, $\frac{2}{5}=0.4$, $1.53 = 1\frac{0.53}{100}$

1.2.1.1 การบวกและลบเลขทศนิยมรู้จบ

ให้ตั้งจุดทศนิยมและตัวเลขหลังจุดของจำนวนที่จะบวก หรือ ลบกันนั้นให้ตรงกัน ถ้าตัวเลขหลังจุดทศนิยมไม่เท่ากันให้เติมศูนย์ (0) ต่อท้าย เพื่อให้มีจำนวนหลังจุดทศนิยมเท่ากันเสียก่อนแล้วจึงบวกหรือลบ กันแบบจำนวนเต็มธรรมดา

<u>ตัวอย่างที่ 1.8</u> จงหาค่าของตัวเลขต่อไปนี้

1. $0.1457+2.031$ 2. $139.2156-58.23+26.082$

วิธีทำ 1. $0.1457+2.031$ 2. $139.2156-58.23+26.082$

$$\begin{array}{r} 0.1457 \\ \underline{2.0310}^{+} \\ \underline{\underline{2.1767}} \end{array} \quad \underline{\textbf{ตอบ}}$$

$$\begin{array}{r} 139.2156 \\ \underline{58.2300}^{-} \\ 80.9856+ \\ \underline{26.0820} \\ \underline{\underline{107.0676}} \end{array} \quad \underline{\textbf{ตอบ}}$$

1.2.1.2 การคูณทศนิยมรู้จบ

เมื่อต้องการคูณเลขทศนิยมรู้จบด้วยเลขจำนวนเต็ม หรือคูณด้วยตัวเลขทศนิยมรู้จบก็ตาม ให้ตั้งตัวเลขคูณกันแบบคูณจำนวนเต็มธรรมดา ผลลัพธ์ที่ได้ให้ใส่ตำแหน่งทศนิยมโดยนับจำนวนตำแหน่งทศนิยมของตัวตั้งและตัวคูณรวมกัน

<u>ตัวอย่างที่ 1.9</u> จงหาผลคูณต่อไปนี้

1. 1.25×15 2. 0.027×0.03

วิธีทำ 1. 1.25×15 2. 0.027×0.03

$$\begin{array}{r} 1.25 \\ \underline{15}^{\times} \\ 625 \\ \underline{125} \\ \underline{\underline{18.75}} \end{array} \quad \underline{\textbf{ตอบ}}$$

$$\begin{array}{r} 0.027 \\ \underline{0.03}^{\times} \\ \underline{\underline{0.00081}} \end{array} \quad \underline{\textbf{ตอบ}}$$

1.2.1.4 การหารทศนิยมรู้จบ

การหารทศนิยมรู้จบ แบ่งออกเป็น การหารทศนิยมรู้จบด้วยจำนวนเต็มและการหารทศนิยมรู้จบด้วยทศนิยมรู้จบ

<u>ตัวอย่างที่ 1.10</u> จงหาค่าต่อไปนี้

1. $51.621\div 8$ (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง) 2. $2.05\div 1.3$ (ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

วิธีทำ 1. $51.621 \div 8$ (ต้องการทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$
\begin{array}{r}
6.452 \\
8\overline{)51.621} \\
\underline{48} \\
36 \\
\underline{32} \\
42 \\
\underline{40} \\
21 \\
\underline{16} \\
\underline{\underline{5}}
\end{array}
$$

เพราะฉะนั้น $51.621 \div 8 = 6.45$ **ตอบ**

วิธีทำ 2. $2.05 \div 1.3$ (ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

ทำการเลื่อนจุดเพื่อให้ตัวหารเป็นจำนวนเต็มแล้วเลื่อนจุดตัวตั้งไปเท่ากับตัวหาร คือ 1 ตำแหน่ง จะได้ $20.5 \div 13$

$$
\begin{array}{r}
1.5769 \\
13\overline{)\ 20.5} \\
\underline{13} \\
75 \\
\underline{65} \\
100 \\
\underline{91} \\
90 \\
\underline{78} \\
120 \\
\underline{117} \\
\underline{\underline{3}}
\end{array}
$$

เพราะฉะนั้น $2.05 \div 1.3 = 1.577$ **ตอบ**

1.2.2 ทศนิยมไม่รู้จบ (Repeating Decimal)

การอ่านทศนิยมไม่รู้จบนั้น อ่านตัวเลขที่อยู่หน้าจุดทศนิยมเป็น หลักหน่วย, สิบ , ร้อย , พัน , หมื่น.... ฯลฯ เหมือนจำนวนธรรมดา ส่วนตัวเลขหลังจุดทศนิยม ให้อ่านตัวเลขที่ละตัวทุกตำแหน่งเหมือนกับการอ่านจุดทศนิยมรู้จบ ตัวเลขใดเป็นทศนิยมไม่รู้จบจะมีจุดอยู่ข้างบนให้อ่านซ้ำอีกครั้งหนึ่งเพื่อแสดงว่าเป็นตัวเลขทศนิยมไม่รู้จบ เช่น

$5.3\dot{8}$ อ่านว่า ห้า จุด สาม แปด แปด ไม่รู้จบ

$42.\dot{1}5\dot{3}$ อ่านว่า สี่สิบสอง จุด หนึ่ง ห้า สาม หนึ่ง ห้า สาม ไม่รู้จบ

การเปลงทศนิยมไม่รู้จบเป็นเศษส่วน มีหลังการดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1.11</u> จงแปลง 03 ไม่รู้จบให้เป็นเศษส่วน

วิธีทำ จาก $0.\dot{3} = 0.333333......$ (1)

เอา $10\times(1)$ เข้าทั้งสองข้าง $10\times 0.\dot{3} = 3.333333...............$ (2)

เอา $1\times(1)$ เข้าทั้งสองข้าง $1\times 0.\dot{3} = 0.333333...............$ (3)

$(2)-(3)$ $(10-1)\times 0.\dot{3} = (3.33333.....)-(0.333333.....)$

$9\times 0.\dot{3} = 3$

$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ **<u>ตอบ</u>**

นั่นก็คือ เวลาแปลงทศนิยมไม่รู้จบตำแหน่งเดียว ก็ให้เอาจุดทศนิยมและจุดทศนิยมไม่รู้จบออก แล้วเอาเลขนั้นเป็นเศษ เอา 9 เป็นส่วน เช่น $0.\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ในทำนองเดียวกันเช่น $0.\dot{6}\dot{3} = \frac{63}{99} = \frac{7}{11}$, $0.\dot{0}6\dot{3} = \frac{63}{999} = \frac{7}{111}$

<u>ตัวอย่างที่ 1.12</u> จงแปลง $0.5\dot{8}$ ให้เป็นเศษส่วน

วิธีทำ $0.5\dot{8} = 0.5888888......$ (1)

เอา $100\times(1)$ เข้าทั้งสองข้าง $100\times 0.5\dot{8} = 58.88888...............$ (2)

เอา $10\times(1)$ เข้าทั้งสองข้าง $10\times 0.5\dot{8} = 5.88888...............$ (3)

$(2)-(3)$ $(100-10)\times 0.5\dot{8} = (58.88888.....)-(5.88888.....)$

$90\times 0.5\dot{8} = 53$

$0.5\dot{8} = \frac{53}{90}$ **<u>ตอบ</u>**

<u>สรุปได้ว่า</u> **<u>ทศนิยมไม่รู้จบ เฉพาะในกรณีซ้ำหลังจุดทศนิยมทุกตัว</u>** เช่น

$\frac{1}{3} = 0.33333....$ จะเขียนแทนด้วย $0.\dot{3}$

$\frac{3}{99} = 0.030303....$ จะเขียนแทนด้วย $0.\dot{0}\dot{3}$

สำหรับทศนิยม 1 ตำแหน่ง จะมีส่วนเป็น 9 เช่น $0.\dot{4} = \frac{4}{9}$

สำหรับทศนิยม 2 ตำแหน่ง จะมีส่วนเป็น 99 เช่น $0.\dot{6}\dot{1} = \frac{61}{99}$

สำหรับทศนิยม 3 ตำแหน่ง จะมีส่วนเป็น 999 เช่น $0.\dot{1}0\dot{3} = \frac{103}{999}$

<u>ทศนิยมไม่รู้จบ เฉพาะในกรณีซ้ำหลังจุดทศนิยมบางตัว</u> เช่น

$$0.5\dot{8} = \frac{58-5}{90} = \frac{53}{90}$$

$$0.21\dot{3} = \frac{213-21}{900} = \frac{192}{900}$$

$$0.14\dot{7}\dot{5} = \frac{1475-14}{9900} = \frac{1461}{9900}$$

$$1.3\dot{4}\dot{5} = 1\frac{345-3}{990} = 1\frac{342}{990} = 1\frac{19}{55}$$

นั้นก็คือ การเอาตัวเลขหลังจุดทศนิยมทั้งหมดทุกตัว เอามาลบกับตัวเลขที่เป็นทศนิยมไม่รู้จบ ได้เท่าไรก็จะเป็นตัวเศษของเศษส่วน และที่มีส่วนเป็น 9 ให้ใส่ลงไปเท่ากับจำนวนตัวเลขที่เป็นทศนิยมไม่รู้จบ แล้วเติมศูนย์ (0) ลงท้ายให้เท่ากับจำนวนจำนวนตัวเลขหลังจุดทศนิยมที่ดึงมาลบ

1.3 รากที่สอง (Square root)

การหาค่ารากที่ 2 ของตัวเลขใดหมายถึงการหาค่าของตัวเลขซึ่งเมื่อนำมายกกำลังสอง หรือคูณตัวมันเอง แล้วได้ค่าเท่ากับตัวเลขที่กำหนดให้หาค่ารากตัวเลขที่เราต้องการหาค่ารากที่ 2 เราจะเขียนอยู่ภายใต้เครื่องหมายราก (root) ซึ่งใช้สัญลักษณ์คือ “$\sqrt{\ }$ ”

วิธีการหาค่ารากที่ 2 สามารถหาได้หลายวิธี แต่ในที่นี้จะแสดงการหาค่ารากที่ 2 เพียง 2 วิธีดังนี้คือ

- วิธีการแยกตัวประกอบ
- วิธีการตั้งหาร

1.3.1 การหาค่ารากที่ 2 ด้วยวิธีการแยกตัวประกอบ

วิธีนี้ใช้ได้กับตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มและหาค่าได้ลงตัวพอดี หรือทศนิยมที่มีตำแหน่งน้อยๆ และแยกได้ลงตัว เช่น $\sqrt{9}, \sqrt{1296}, \sqrt{6.25}$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.13 จงหาค่าของ $\sqrt{1296}$ ด้วยวิธีการแยกตัวประกอบ

วิธีทำ แยกตัวประกอบ 1296 ได้ $= 4\times 324$

$= 4\times 4\times 81$

$= 4\times 4\times 9\times 9$

เพราะฉะนั้น $\sqrt{1296} = \sqrt{4\times 4\times 9\times 9} = 4\times 9 = 36$ **ตอบ**

1.3.2 การหารากที่ 2 ด้วยวิธีการตั้งหาร

วิธีนี้ใช้หาค่ารากของตัวเลขได้ทั้งจำนวนเต็มและทศนิยม วิธีหาจะต้องนำตัวเลขที่จะหาค่ารากมาแบ่งกลุ่ม โดยแบ่งกลุ่มละสองตำแหน่ง และนับตำแหน่งออกจากจุดทศนิยม เช่น ต้องการหาค่ารากที่สองของ 12459.731 เราแบ่งกลุ่มออกได้เป็น 1,24,59.73,10 ตัวเลข 0 ที่เพิ่มเข้ามา ไม่ทำให้ค่าของจำนวนเดิมเปลี่ยนไป และจากกลุ่มที่แบ่งนั้นจะทำให้ทราบถึงจำนวนหลักของคำตอบว่ามีทั้งหมดกี่หลัก หมายความว่าตัวเลขที่แบ่ง 1 กลุ่มจะได้ผลลัพธ์ 1 หลัก

ตัวอย่างที่ 1.14 จงหาค่ารากที่ 2 ของ 103041 ด้วยวิธีการตั้งหาร

วิธีทำ แบ่งกลุ่มออกได้เป็น 10 , 30 , 41 แล้วตั้งตัวเลขที่แบ่งกลุ่มไว้ภายใต้เครื่องหมายหารยาว

	3	2	1
	10 ,	30 ,	41
	9		
62	1	30	
	1	24	
641		6	41
		6	41
		0	00

เพราะฉะนั้น ค่ารากที่ 2 ของ 103041 เท่ากับ 321 **ตอบ**

ขั้นตอนการหารากที่ 2 ด้วยวิธีการตั้งหาร

1. เริ่มหาค่าตัวเลขกลุ่มซ้ายสุดก่อน คือ 10 โดยหาเลขที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ หรือใกล้เคียงกับ 10 ในที่นี้คือ $3^2 = 9$ จึงผลลัพธ์ตัวแรกเท่ากับ 3
2. นำ $3^2 = 9$ ลบออกจากคู่แรก เหลือเศษ 1 แล้วชักเลขคู่ต่อไปลงมาต่อท้าย เป็นตัวตั้งใหม่
3. เอา 2 คูณผลลัพธ์ที่ได้ตัวแรก $3\times 2 = 6$ ได้เท่าไรใส่ลงในตำแหน่งหาร แล้วหาตัวเลขมาใส่ต่อจากเลข 6 และใส่ลงในตำแหน่งผลลัพธ์ด้วยแล้วนำเลขที่ใส่ใหม่นี้คูณกันค่าที่ได้ต้องไม่เกิน 130 เช่น $61\times 1 = 61$, $62\times 2 = 124$,$63\times 3 = 189$ เป็นต้น ฉะนั้นได้เลข 2 เป็นผลลัพธ์
4. เอา 2 คูณผลลัพธ์ที่ได้ $32\times 2 = 64$ แล้วนำไปใส่ที่ตำแหน่งตัวหารตัวต่อไปทำตามวิธีที่ 3 $641\times 1 = 641$
5. หากหมดกลุ่มแล้ว แต่ยังไม่ลงตัวให้ใส่จุดทศนิยมหลังผลลัพธ์แล้วเติมศูนย์ (0) ที่ตัวตั้งครั้งละ 2 ตัวแล้วเริ่มขั้นตอนที่ 3 ใหม่

ตัวอย่างที่ 1.15 จงหาค่าของรากที่ 2 ของ 23.4560 โดยวิธีการตั้งหาร (ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

วิธีทำ

```
            4.   8    4   3
       ------------------------------
   4  |  23.  45  60
      |  16
      |-------
  88  |   7   45
      |   7   04
      |-------------
        964 | 41   60
            | 38   56
       9683 |  3   04  00
            |  2   90  49
            |-------------
                   13  51
```

เพราะฉะนั้น รากที่ 2 ของ 23.4560 มีค่าเท่ากับ 4.843 **ตอบ**

1.4 เลขยกกำลัง

เลขยกกำลัง หมายถึง ตังเลขที่บอกให้เรารู้ว่าเลขจำนวนที่มันยกกำลังอยู่นั้น คูณตัวมันเองกี่ครั้ง เช่น $a \times a \times a \times a \times a = a^5$ a เราเรียกว่าเลขฐาน , 5 เราเรียกว่าเลขชี้กำลัง เพราะฉะนั้น a^5 เราเรียกว่าเลขยกกำลัง ถ้าเรากำหนดให้ n เป็นเลขจำนวนใดๆ ใช้สัญลักษณ์แทนเลขยกกำลังได้เป็น “a^n” จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วน $\frac{a}{b}, b \neq 0$ เมื่อ a , b เป็นจำนวนเต็ม

1.4.1 สมบัติของเลขเลขยกกำลัง

กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง , m และ n เป็นเลขชี้กำลังที่เป็นจำนวนตรรกยะ จะได้ว่า

1. $a^m \times a^n \quad = \quad a^{m+n}$
2. $a^m \times b^m \quad = \quad (a \times b)^m$
3. $(a^m)^n \quad = \quad a^{mn} \quad , \quad (ab)^m = a^m b^m$
4. $a^m \div a^n \quad = \quad a^{m-n}, a \neq 0$
5. $\dfrac{a^m}{b^m} \quad = \quad (\dfrac{a}{b})^m, b \neq 0$
6. $a^0 \quad = \quad 1 \quad , a \neq 0$
7. $a^{-m} \quad = \quad \dfrac{1}{a^m} \quad , \quad \dfrac{1}{a^{-m}} = a^m$
8. $a^{\frac{m}{n}} \quad = \quad \sqrt[n]{a^m} \quad , \quad \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
9. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} \quad = \quad \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad , \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

10. $(a \pm b)^2 \quad = \quad a^2 \pm 2ab + b^2$

11. $(a \pm b)^3 \quad = \quad a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

12. $(a \pm b)^4 \quad = \quad a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$

13. $a^2 - b^2 \quad = \quad (a+b)(a-b)$

14. $a^2 + b^2 \quad = \quad (a+b\sqrt{-1})(a-b\sqrt{-1})$

15. $a^3 - b^3 \quad = \quad (a-b)(a^2+ab+b^2)$

16. $a^3 + b^3 \quad = \quad (a+b)(a^2-ab+b^2)$

17. $a^4 + b^4 \quad = \quad (a^2+ab\sqrt{2}+b^2)(a^2-ab\sqrt{2}+b^2)$

<u>ตัวอย่างที่ 1.16</u> จงทำให้เป็นผลสำเร็จหรือ ในรูปอย่างง่าย

1. $3^2 \times 3^4 \quad = \quad 3^{2+4} \quad = \quad 3^6$

2. $(3^4)^5 \quad = \quad 3^{4\times 5} \quad = \quad 3^{20}$

3. $(a^2 \times d^3)^4 \quad = \quad a^{2\times 4} \times d^{3\times 4} \quad = \quad a^8 \times d^{12}$

4. $2^3 \times 3^3 \quad = \quad (2\times 3)^3 \quad = \quad 6^3$

5. $\dfrac{5^8}{5^6} \quad = \quad 5^{8-6} \quad = \quad 5^2$

6. $\dfrac{a^3}{a^3} \quad = \quad a^{3-3} \quad = \quad a^0 \quad = \quad 1$

7. $\dfrac{a^3}{a^5} \quad = \quad a^{3-5} \quad = \quad a^{-2} \quad = \quad \dfrac{1}{a^2}$

8. $\dfrac{1}{a^{-3}} \quad = \quad a^3$

9. $\left(125^{\frac{1}{3}}\right)^2 \quad = \quad \left((5^3)^{\frac{1}{3}}\right)^2 \quad = \quad \left(5^{3\times\frac{1}{3}}\right)^2 \quad = \quad 5^2 \quad = \quad 25$

10. $8^{\frac{3}{2}}.4^{\frac{1}{4}} \quad = \quad (2^3)^{\frac{3}{2}}.(2^2)^{\frac{1}{4}} \quad = \quad 2^{\frac{9}{2}}.2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad 2^{\frac{9}{2}+\frac{1}{2}} \quad = \quad 2^5$

11. $(10^{\frac{1}{3}}.10^{-\frac{1}{6}})^6 \quad = \quad (10^{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}})^6 \quad = \quad (10^{\frac{1}{6}})^6 \quad = \quad 10$

12. $\dfrac{x^6 \times x^2}{x^5} \quad = \quad \dfrac{x^{6+2}}{x^5} \quad = \quad x^8 \times x^{-5} \quad = \quad x^{8-5} \quad = \quad x^3$

13. $2^{2n+1}8^{n+1} \quad = 2^{2n+1}(2^3)^{n+1} \quad = \quad 2^{2n+1}2^{3n+3} \quad = \quad 2^{2n+1+3n+3} \quad = \quad 2^{5n+4}$

14. กำจัดรากในตัวส่วน $\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2}{5^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{2\times 5^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}}\times 5^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

15. กำจัดรากในตัวส่วน $\dfrac{2}{\sqrt[6]{3x^5}} = \dfrac{2}{\sqrt[6]{3}\sqrt[6]{x^5}} = \dfrac{2}{3^{\frac{1}{6}}x^{\frac{5}{6}}} = \dfrac{2}{3^{\frac{1}{6}}x^{\frac{5}{6}}} \times \dfrac{3^{\frac{5}{6}}x^{\frac{1}{6}}}{3^{\frac{5}{6}}x^{\frac{1}{6}}} = \dfrac{2(3^5x)^{\frac{1}{6}}}{3x} = \dfrac{2\sqrt[6]{3^5x}}{3x}$

16. กำจัดเลขชี้กำลังที่เป็นลบ $7x^{-2} + (7x)^{-2} = \dfrac{7}{x^2} + \dfrac{1}{(7x)^2} = \dfrac{7}{x^2} + \dfrac{1}{49x^2}$

17. กำจัดเลขชี้กำลังที่เป็นลบ $(x^{-1} - y^{-1})^{-2} = \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)^{-2} = \left(\dfrac{y-x}{xy}\right)^{-2} = \left(\dfrac{xy}{y-x}\right)^2 = \dfrac{x^2y^2}{(y-x)^2}$

1.4.2 การบวกลบเลขยกกำลัง

เลขยกกำลังที่มีเลขฐานเหมือนกันและชี้กำลังเท่ากัน จะบวกหรือลบกันได้ตามเครื่องหมาย

<u>ตัวอย่างที่ 1.17</u> จงหาค่าของ $a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}+3b^{\frac{1}{3}}$

วิธีทำ $a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}+3b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}+3b^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}$

$= 3a^{\frac{1}{3}}+2b^{\frac{1}{3}}$ **<u>ตอบ</u>**

1.4.3 การคูณหารเลขยกกำลัง

การคูณเหมือนกับการคูณจำนวนทั่วๆไป แต่จะต้องระวังเกี่ยวกับเลขชี้กำลัง

<u>ตัวอย่างที่ 1.18</u> จงหาค่าของ $(x^{\frac{1}{3}}+2)(x^{\frac{1}{3}}-5)$

วิธีทำ $(x^{\frac{1}{3}}+2)(x^{\frac{1}{3}}-5) = (x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{3}})+((-5)\times x^{\frac{1}{3}})+(2\times x^{\frac{1}{3}})+(2\times(-5))$

$= x^{\frac{2}{3}}-5x^{\frac{1}{3}}+2x^{\frac{1}{3}}+(-10)$

$= x^{\frac{2}{3}}-3x^{\frac{1}{3}}-10$ **<u>ตอบ</u>**

<u>ตัวอย่างที่ 1.19</u> จงหาค่าของ $(2\sqrt[4]{x^3}-3)^2$

วิธีทำ $(2\sqrt[4]{x^3}-3)^2 = (2x^{\frac{3}{4}}-3)^2$

$= (2x^{\frac{3}{4}})^2-2(2x^{\frac{3}{4}})(3)+(3)^2$

$= 4x^{\frac{3}{2}}-12x^{\frac{3}{4}}+9$ **<u>ตอบ</u>**

<u>ตัวอย่างที่ 1.20</u> จงหาค่าของ $\frac{(x^{\frac{3}{2}}-27)}{(x^{\frac{1}{2}}-3)}$

วิธีทำ $\frac{(x^{\frac{3}{2}}-27)}{(x^{\frac{1}{2}}-3)} = \frac{((x^{\frac{1}{2}})^3-3^3)}{(x^{\frac{1}{2}}-3)}$

$= \frac{(x^{\frac{1}{2}}-3)((x^{\frac{1}{2}})^2+3x^{\frac{1}{2}}+3^2)}{(x^{\frac{1}{2}}-3)}$

$= x+3x^{\frac{1}{2}}+9$ **<u>ตอบ</u>**

<u>ตัวอย่างที่ 1.21</u> จงแยกตัวประกอบของ $4x^m-9a^n$

วิธีทำ $4x^m-9a^n = (2x^{\frac{m}{2}})^2-(3a^{\frac{n}{2}})^2$

$= (2x^{\frac{m}{2}}+3a^{\frac{n}{2}})(2x^{\frac{m}{2}}-3a^{\frac{n}{2}})$ **<u>ตอบ</u>**

ในการหารโพลีโนเมียลด้วยโมโนเมียลที่มีดีกรีของตัวส่วนน้อยกว่าของตัวเศษ หรือเท่ากับดีกรีของตัวเศษ เรามักใช้วีการหารที่เรียกว่า **<u>“ การหารยาว ”</u>** ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1.22 จงหาร $16a^{-3}-6a^{-2}+5a^{-1}+6$ ด้วย $1+2a^{-1}$

วิธีทำ

$$
\begin{array}{r|l}
 & 8a^{-2}-7a^{-1}+6 \\ \hline
2a^{-1}+1 & 16a^{-3}-6a^{-2}+5a^{-1}+6
\end{array}
$$

$16a^{-3}+8a^{-2} \longleftarrow 8a^{-2}(2a^{-1}+1)=16a^{-3}+8a^{-2}$

$-14a^{-2}+5a^{-1} \longleftarrow 16a^{-3}-6a^{-2}-(16a^{-3}+8a^{-2})=-14a^{-2}$

$-14a^{-2}-7a^{-1} \longleftarrow -7a^{-1}(2a^{-1}+1)=-14a^{-2}-7a^{-1}$

$12a^{-1}+6 \longleftarrow -14a^{-2}+5a^{-1}-(-14a^{-2}-7a^{-1})=12a^{-1}$

$\underline{\underline{12a^{-1}+6}} \longleftarrow 6(2a^{-1}+1)=12a^{-1}+6$

$16a^{-3}-6a^{-2}+5a^{-1}+6$ หารด้วย $1+2a^{-1}$ มีค่าเท่ากับ $8a^{-2}-7a^{-1}+6$ **<u>ตอบ</u>**

ตัวอย่างที่ 1.23 จงหาร $2x^3-14x-5$ ด้วย $x-3$

วิธีทำ หมายเหตุ จาก ตัวเศษ คือ $2x^3-14x-5$ ควรจัดรูปใหม่เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ในรูปโพลีโนเมียลดังนี้

$2x^3+0x^2-14x-5$

$$
\begin{array}{r l}
 & 2x^2+6x+4 \\ \hline
x-3 \big) & 2x^3+0x^2-14x-5 \\
 & \underline{2x^3-6x^2} \\
 & \quad 6x^2-14x \\
 & \quad \underline{6x^2-18x} \\
 & \qquad 4x-5 \\
 & \qquad \underline{4x-12} \\
 & \qquad\quad 7
\end{array}
$$

$2x^3-14x-5$ หารด้วย $x-3$ มีค่าเท่ากับ $2x^3+6x+4+\dfrac{7}{x-3}$ **<u>ตอบ</u>**

<u>แบบฝึกหัดที่ 1.1</u>

1.1 จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายและมีเลขชี้กำลังเป็นบวก

1.1.1 $36^2(6)^{-4}$

1.1.2 $3^3(6+3(8^0))$

1.1.3 $(5^{-1}+25^0)^{-1}$

1.1.4 $\left(\dfrac{3^3}{9}\right)^{-1}$

1.1.5 $\dfrac{4x^4y^5}{6z^6}\times\dfrac{9x^3z^8}{12y^7}$

1.1.6 $\dfrac{15x^{-5}y^{-3}z^2}{5xy^{-5}z^{-6}}$

1.1.7 $x^{2+n}.x^{1-2n}.x^{1+3n}$

1.1.8 $\dfrac{x^{n+1}y^{n+1}}{x^{2-n}y^{2n-1}}$

1.1.9 $4^{\frac{1}{2}}$

1.1.10 $8^{\frac{2}{3}}$

1.1.11 $\left(\dfrac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$

1.1.12 $\left((-16)^6\right)^{\frac{1}{3}}$

1.1.13 $\dfrac{(4x)^{\frac{1}{2}}}{(16x)^{-\frac{1}{4}}}$

1.1.14 $\left[\dfrac{x^3y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}\right]^2$

1.1.15 $\dfrac{(8x)^{\frac{1}{3}}}{(8x)^{-\frac{2}{3}}}$

1.1.16 $\left[\dfrac{125x^3y^4}{27x^{-6}y}\right]^{\frac{1}{3}}$ 1.1.17 $\left(\dfrac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{4}}z^{-2}}{x^{-\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{4}}}\right)$ 1.1.18 $\left[\dfrac{64y^3}{27z^5}\right]^4\times\left[\dfrac{16x^2y^2}{81}\right]^2$

1.1.19 $\dfrac{a^{-2}\times a^5\times b^0}{a^3\times(ab)^0}$ 1.1.20 $\dfrac{6\times(125{,}000)^0}{(-15)^0}$ 1.1.21 $\dfrac{2^{-3}\times 128}{2^4}$

<u>แบบฝึกหัดที่ 1.2</u>

1.2 จงคำนวณหาค่าที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. จงหาค่าของ $\dfrac{5^{-4}+5^{-2}}{5^{-3}}$
2. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $2x^{\frac{1}{2}}+3y^{\frac{1}{3}}-5x^{\frac{1}{2}}-2y^{\frac{1}{3}}$
3. จงหาค่าของ $(x^{-2}+4)(x^{-2}-4)$
4. จงหาค่าของ $(x^{\frac{1}{2}}+7)(x^{\frac{1}{2}}-2)$
5. จงหาค่าของ $(3x^{\frac{1}{2}}-1)^2$
6. จงหาค่าของ $(3x^{\frac{1}{2}}-5+8x^{\frac{1}{3}})(4x^{\frac{1}{3}}+3x^{-\frac{1}{3}})$
7. จงหาค่าของ $(3m^{\frac{1}{3}}-3m^{-\frac{1}{2}}+2m^{-1})(5m^{\frac{2}{3}}+4)$
8. จงหาค่าหาร $21a+a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}+1$ ด้วย $3a^{\frac{1}{3}}+1$

1.5 เสอร์ด (Surds)

เสอร์ด (Surds) หมายถึง จำนวนซึ่งอยู่ในรูปเครื่องหมายราก โดยไม่สามารถหาค่าได้ถูกถ้วนพอดี เช่น $\sqrt{2}=1.4142.....$, $\sqrt{3}=1.732.......$ เป็นต้น แต่ $\sqrt{4}=2$ นั้นไม่ใช่เสอร์ดแต่เขียนอยู่ในรูปเสอร์ดเท่านั้น

สัญลักษณ์ $\sqrt[n]{m}$ เมื่อ **n** เป็นจำนวนเต็มบวก เราเรียกสัญลักษณ์นี้ว่า **"Radical"** $\sqrt[n]{m}$ อ่านว่า รากที่ n ของ m เช่น $\sqrt[5]{8}$ อ่านว่า รากที่ 5 ของ 8

เครื่องหมาย $\sqrt{\ }$ เรียกว่าเครื่องหมายราก ตัวเลขที่อยู่บนหัวเครื่องหมายราก เรียกว่า "อันดับ" หรือ "เลขชี้กำลัง" เช่น $\sqrt[5]{8}$ มีอันดับหรือเลขชี้กำลังเป็น 5

1.5.1 เสอร์ดมีชื่อเรียกตามลักษณะต่างๆ กันดังต่อไปนี้

1. **เสอร์ดแท้** หรือเสอร์ดสำเร็จเป็นเสอร์ดที่เราไม่อาจหาค่าได้ถูกถ้วนพอดีเช่น $\sqrt{2},\sqrt[3]{5},\sqrt[5]{7}$
2. **เสอร์ไม่แท้** หรือเสอร์ดแต่เพียงรูป เป็นเสอร์ที่เราสามารถถอดรากหาค่าได้พอดีเช่น $\sqrt{4},\sqrt[3]{8}$
3. **เสอร์ดเกิน** คือเสอร์ที่เราสามารถเอาจำนวนที่อยู่ใต้เครื่องหมายรากออกมาได้บางส่วน เช่น $\sqrt{27}=3\sqrt{3},\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ อาจเรียกได้อีกว่าเสอร์ดบริบูรณ์
4. **เสอร์ดเหมือน** คือ เสอร์ดซึ่งเป็นเสอร์ดอันดับเดียวกัน และมีจำนวนที่อยู่ใต้เครื่องหมายรากเท่ากัน เช่น $2\sqrt{5},7\sqrt{5},10\sqrt{5}$ เป็นเสอร์ดเหมือน มี 2 , 7 , 10 เป็นสัมประสิทธิ์เสอร์ด ไม่ใช่ตัวเสอร์ด

เสอร์ดเหมือนจะบวก ลบ กันได้ โดยถือว่าเสมือนว่าเสอร์ดเป็นอักษรตัวหนึ่งเช่น $2\sqrt{5}+7\sqrt{5}+10\sqrt{5}=19\sqrt{5}$

5. **เสอร์ดไม่เหมือนหรือเสอร์ดต่าง** คือเป็นเสอร์ดที่มีอันดับราก หรือตัวเลขใต้เครื่องหมายรากไม่เหรือนกันเช่น $\sqrt{5}$ กับ $\sqrt[3]{5}$ ต่างกันที่อันดับรากต่างกัน , $\sqrt[3]{2}$ กับ $\sqrt[3]{5}$ ต่างกันที่จำนวนใต้เครื่องหมายราก
6. **เสอร์ดประกอบ หรือนิพจนธ์** ซึ่งประกอบด้วยเสอร์ดตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป หรือนิพจนธ์ซึ่งประกอบด้วยเสอร์ดจำนวนจริงใด เช่น $3\sqrt{5}+\sqrt{2}, x-\sqrt{y}, \sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$
7. **เสอร์ดสังยุค** คือเสอร์ดอันดับสอง ซึ่งมี 2 เทอมประกอบกัน สองจำนวนและแตกต่างกันเฉพาะเครื่องหมายติดต่อระหว่างเทอม เช่น $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ เป็นเสอร์ดสังยุคของ $\sqrt{2}-\sqrt{3}$, $-2\sqrt{7}+5\sqrt{3}$ เป็นเสอร์ดสังยุคของ $-2\sqrt{7}-5\sqrt{3}$, $x-\sqrt{y}$ เป็นเสอร์ดสังยุคของ $x+\sqrt{y}$

1.5.2 การเขียนจำนวนในรูปเสอร์

จำนวนตรรกยะใดๆ อาจเขียนอยู่ในรูปเสอร์ดอันดับได้ โดยเขียนเลขชี้กำลังของจำนวนนั้นให้เท่ากับอันดับเสอร์ดที่ต้องการ

3 เขียนเป็นเสอร์ดอันดับสองได้ $3=\sqrt{3^2}=\sqrt{9}$

3 เขียนเป็นเสอร์ดอันดับสามได้ $3=\sqrt{3^3}=\sqrt{27}$

(a+b) เขียนเป็นเสอร์ดอันดับสามได้ $(a+b)=\sqrt[5]{(a+b)^5}$

และจากกฎของเลขชี้กำลังที่ว่าเลขฐานใดๆ ที่มีเลขชี้กำลังเป็นเศษส่วน เมื่อจะเปลี่ยนเป็นเสอร์ด ตัวส่วนของเลขชี้กำลังจะเป็นอันดับของเสอร์อ และตัวเศษของเลขชี้กำลังจะยังคงเป็นเลขชี้กำลังของจำนวนนั้นตามเดิม (สมบัติของเลขยกกำลัง $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$) เช่น $a^{\frac{2}{3}}$ เปลี่ยนเป็นเสอร์ดได้ $\sqrt[3]{a^2}$, $a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$, $\sqrt{a^3}$ เปลี่ยนเป็นเลขชี้กำลังได้ $a^{\frac{3}{2}}$ เป็นต้น

1.5.3 การเปลี่ยนอันดับเสอร์ด

เสอร์ดอาจเปลี่ยนจากอันดับหนึ่งไปเป็นอีกอันดับหนึ่งได้ตามที่เราต้องการ วิธีการเปลี่ยนมีหลังการดังนี้

1. เปลี่ยนรูปจากเสอร์ดเป็นรูปเลขยกกำลัง สมบัติของเลขยกกำลัง $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$
2. ทำส่วนของเลขชี้กำลังให้เท่ากับอันดับที่ต้องการโดยหาเลขมาคูณทั้งเศษและส่วน
3. เปลี่ยนจากรูปเลขยกกำลังไปเป็นเสอร์ด ซึ่งจะได้เศษของเลขชี้กำลังยังคงเป็นเลขชี้กำลังของจำนวนนั้น และตัวส่วนของเลขชี้กำลังคืออันดับของเสอร์ดนนั้นเอง

<u>**ตัวอย่างการบวกหรือลบเสอร์ด**</u>

<u>**ตัวอย่างที่ 1.24**</u> จงเปลี่ยน $\sqrt[5]{3}$ เป็นเสอร์ดอันดับสิบ

วิธีทำ $\sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{1}{5}\times\frac{2}{2}} = 3^{\frac{2}{10}} = \sqrt[10]{3^2} = \sqrt[10]{9}$ <u>**ตอบ**</u>

<u>**ตัวอย่างที่ 1.25**</u> จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\sqrt{175}$ และ $\sqrt[5]{486}$

วิธีทำ $\sqrt{175} = \sqrt{5\times5\times7} = 5\sqrt{7}$ <u>**ตอบ**</u>

$\sqrt[5]{486} = \sqrt[5]{3\times3\times3\times3\times2} = 3\sqrt[5]{2}$ <u>**ตอบ**</u>

<u>ตัวอย่างที่ 1.26</u> จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $3\sqrt{12}+10\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{3}}$

วิธีทำ $$3\sqrt{12}+10\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{3}} = 3\sqrt{2\times2\times3}+10\sqrt{3}+\sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times3}$$

$$= 3\times2\sqrt{3}+10\sqrt{3}+\frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}(6+10+\frac{1}{3})$$

$$= \sqrt{3}\left[\frac{(6\times3)+(10\times3)+1}{3}\right]$$

$$= \sqrt{3}\left[\frac{18+30+1}{3}\right]$$

$$= \frac{49\sqrt{3}}{3}$$ **<u>ตอบ</u>**

<u>ตัวอย่างที่ 1.27</u> จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $a\sqrt[3]{8a^3b}+c\sqrt[3]{(-c^3)b}+\sqrt[3]{a^6b}$

วิธีทำ $$a\sqrt[3]{8a^3b}+\sqrt[3]{(-c^3)b}+\sqrt[3]{a^6b} = a\sqrt[3]{2.2.2.a.a.a.b}+c\sqrt[3]{(-c).(-c).(-c).b}+\sqrt[3]{a.a.a.a.a.a.b}$$

$$=(2\times a)(a)\sqrt[3]{b}+(-c)(c)\sqrt[3]{b}+(a\times a)\sqrt[3]{b}$$

$$= 2.a^2.\sqrt[3]{b}-c^2.\sqrt[3]{b}+a^2.\sqrt[3]{b}$$

$$=3.a^2.\sqrt[3]{b}-c^2.\sqrt[3]{b}$$

$$=(3a^2-c^2)\sqrt[3]{b}$$ **<u>ตอบ</u>**

ตัวอย่างที่ 1.28 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $(\sqrt{72}-3\sqrt{5})+(3\sqrt{20}+\sqrt{50})$

วิธีทำ $$(\sqrt{72}-3\sqrt{5})+(3\sqrt{20}+\sqrt{50}) = \sqrt{36\times2}-3\sqrt{5}+3\sqrt{4\times5}+\sqrt{25\times2}$$

$$=\sqrt{6\times6\times2}-3\sqrt{5}+3\sqrt{2\times2\times5}+\sqrt{5\times5\times2}$$

$$=6\sqrt{2}-3\sqrt{5}+3(2)\sqrt{5}+5\sqrt{2}$$

$$=(6+5)\sqrt{2}+(-3+6)\sqrt{5}$$

$$=11\sqrt{2}+3\sqrt{5}$$ **<u>ตอบ</u>**

1.5.4 การคูณและหารเสอร์ด

เสอร์ดเดียว หมายถึง เสอร์ดที่เป็นพจน์เดียว เช่น $2\sqrt{3},\sqrt[4]{2},\sqrt{a+b}$ เป็นต้น

เสอร์ดเชิงประกอบ หมายถึงนิพจน์ที่ประกอบด้วยผลบวกหรือผลต่างตั้งแต่ 2 พจน์ขึ้นไป มีเสอร์ดรวมอยู่ด้วย เช่น $2+2\sqrt{3},2+\sqrt[4]{2}-\sqrt{a+b}$ เป็นต้น

1.5.4.1 การคูณและหารเสอร์ด ในกรณีที่เป็นเสอร์ดเดียวกับเสอร์ดเดียวมีวิธีการดังต่อไปนี้

1. ทำเสอร์ดทุกๆ จำนวนให้เป็นเสอร์ดอย่างง่าย
2. ต้องทำให้เสอร์ดทุกๆ จำนวนเป็นเสอร์ดอันดับเดียวกัน
3. ในการคูณถ้ามี ส.ป.ส ให้เอา ส.ป.ส คูณกันและเสอร์ดคูณเสอร์ด
4. เมื่อจะเอาเสอร์ดคูณกับเสอร์ดตามข้อที่ 3 ให้ใส่เครื่องหมายรากเดิม แล้วนำจำนวนในเสอร์ดคูณกัน เช่น $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab},\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{ab}$ เป็นต้น

5. ถ้าหารเสอร์ดเดียวด้วยเสอร์ดเดียวก็ให้ดำเนินการคล้ายวิธีของการคูณ เพียงแต่จะต้องทำตัวหารให้เป็นจำนวนเต็มโดยการเอาเสอร์ดที่เป็นตัวหารคูณทั้งเศษและส่วน

<u>ตัวอย่างที่ 1.29</u> จงหาค่าต่อไปนี้

1. $\sqrt{20}\times\sqrt{150}$ 2. $\sqrt{a}\times\sqrt[3]{b}$ 3. $\sqrt{28}\div\sqrt{12}$ 4. $\dfrac{\sqrt{60}}{\sqrt{63}}\div\dfrac{4\sqrt{16}}{9\sqrt{35}}$

วิธีทำ 1. $\sqrt{20}\times\sqrt{150}$

$$=\sqrt{20\times150}$$
$$=\sqrt{3000}$$
$$=\sqrt{30\times100} \quad =10\sqrt{30}$$

<u>ตอบ</u>

2. $\sqrt{a}\times\sqrt[3]{b}$

$$= a^{\frac{1}{2}}\times b^{\frac{1}{3}}$$
$$=a^{\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}}\times b^{\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}}$$
$$=a^{\frac{3}{6}}\times b^{\frac{2}{6}}$$
$$=\sqrt[6]{a^3}\times\sqrt[6]{b^2}$$
$$=\sqrt[6]{a^3b^2}$$

<u>ตอบ</u>

3. $\sqrt{28}\div\sqrt{12}$

$$=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{28}{12}}=\sqrt{\frac{7}{3}} = \sqrt{\frac{7}{3}\times\frac{3}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

<u>ตอบ</u>

4. $\dfrac{\sqrt{60}}{\sqrt{63}}\div\dfrac{4\sqrt{16}}{9\sqrt{35}}$

$$=\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{63}}\times\frac{9\sqrt{35}}{4\sqrt{18}}$$
$$=\frac{9\sqrt{60\times35}}{4\sqrt{63\times16}}$$
$$=\frac{9}{4}\sqrt{\frac{60\times35}{63\times16}}$$
$$=\frac{9}{4}\sqrt{\frac{5\times5}{3\times4}} \quad = \frac{9}{4}\sqrt{\frac{5\times5}{3\times2\times2}}$$
$$=\frac{9}{4}\times\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} \quad =\frac{9}{4}\times\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}}$$
$$=\frac{9}{4}\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{3}\sqrt{3} \quad = \frac{15\sqrt{3}}{8}$$

<u>ตอบ</u>

1.5.4.1 การคูณและหารเสอร์ด ในกรณีที่เป็นเสอร์ดเดียวกับเสอร์ดเชิงประกอบ ให้นักศึกษาสังเกตหลังการจากโจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1.30 จงหาค่าต่อไปนี้

1. $2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$ 2. $\sqrt{5}(\sqrt{5}-2\sqrt{2})$ 3. $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-2\sqrt{2})$

วิธีทำ 1. $2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$ $=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}.\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}+(2\times 3)$

$=4\sqrt{3}+6$ **ตอบ**

2. $\sqrt{5}(\sqrt{5}-2\sqrt{2})$ $=\sqrt{5}\sqrt{5}-2\sqrt{2}\sqrt{5}$

$=5-2\sqrt{2\times 5}$

$=5-2\sqrt{10}$ **ตอบ**

3. $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-2\sqrt{2})$ = $(\sqrt{5}\times\sqrt{5})+(\sqrt{5}\times(-2\sqrt{2}))+(\sqrt{2}\times\sqrt{5})+(\sqrt{2}\times(-2\sqrt{2}))$

$=5-2\sqrt{2\times 5}+\sqrt{2\times 5}-2(2)$

$=5-2\sqrt{10}+\sqrt{10}-4$

$=1-\sqrt{10}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1.31 จงทำให้ $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$ มีส่วน เป็นจำนวนเต็ม

วิธีทำ $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}\times\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$ ← ใช้หลักการเสอร์ดสังยุคคูณทั้งเศษและส่วน

$$=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3\times 3)+(3\times 2\sqrt{2})-(2\sqrt{2}\times 3)-(2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2})}$$

$$=\frac{3+2\sqrt{2}}{9+6\sqrt{2}-6\sqrt{2}-(4\sqrt{2}\sqrt{2})}$$

$$=\frac{3+2\sqrt{2}}{9-(4\times 2)} = \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} = \frac{3+2\sqrt{2}}{1} = 3+2\sqrt{2}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 1.32 จงกำจัดรากของตัวส่วนของจำนวนต่อไปนี้

(a) $\dfrac{x}{\sqrt{2}-6}$ (b) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ (c) $\sqrt{\dfrac{2}{7}}$

วิธีทำ (a) $\dfrac{x}{\sqrt{2}-6} = \dfrac{x}{\sqrt{2}-6}\bullet\dfrac{\sqrt{2}+6}{\sqrt{2}+6}$

$$= \frac{x(\sqrt{2}+6)}{(\sqrt{2})^2-6^2} = \frac{x(\sqrt{2}+6)}{2-36} = -\frac{x(\sqrt{2}+6)}{34}$$

(b) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\bullet\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$$= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}{5-2} = \frac{5-2\sqrt{5}\sqrt{2}+2}{3} = \frac{7-2\sqrt{10}}{3}$$

(c) $\sqrt{\dfrac{2}{7}} = \sqrt{\dfrac{2}{7}\bullet\dfrac{7}{7}} = \sqrt{\dfrac{14}{7^2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{7}$

หมายเหตุ สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกลบคูณและหาร

กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด

1. $a+c=b+c$ แล้ว $a=b$ (กฎการตัดออกสำหรับการบวก)
2. $ac=bc$ และ $c\neq 0$ แล้ว $a=b$ (กฎการตัดออกสำหรับการคูณ)
3. เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ $a\times 0=0$ และถ้า $a\times(-1)=-a$
4. ถ้า ab = 0 แล้ว a = 0 , b = 0
5. $a\times(-b)=-ab$, $(-a)\times b=-ab$, $(-a)\times(-b)=ab$
6. $a(b-c)=ab-ac$, $(a-b)c=ac-bc$, $(-a)(b-c)=-ab+ac$
7. $\frac{a}{b}=a(b)^{-1}$ เมื่อ $b\neq 0$
8. $\frac{(\frac{a}{b})}{c}=\frac{a}{bc}$ เมื่อ $b,c\neq 0$
9. $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+cb}{bd}$ เมื่อ $b,d\neq 0$
10. $(\frac{a}{b})(\frac{c}{d})=\frac{ac}{bd}$ เมื่อ $b,d\neq 0$
11. $\left(\frac{b}{c}\right)^{-1}=\frac{c}{b}$ เมื่อ $b,c\neq 0$
12. $\frac{a}{\left(\frac{b}{c}\right)}=\frac{ac}{b}$ เมื่อ $b,c\neq 0$ หรือ $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)}=\frac{ad}{bc}$ เมื่อ $b,c,d\neq 0$
13. $\frac{a}{b}=a\left(\frac{1}{b}\right)$
14. $\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}$, $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$
15. $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$, $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm cb}{bd}$

แบบฝึกหัดที่ 1.3

1. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย และแสดงคำตอบในเทอมของเลขชี้กำลังบวก

1.1 $(2^3)(2^2)$ 1.2 $\frac{(x^2)^3(x^3)^2}{(x^3)^4}$ 1.3 $\frac{x^2x^6}{y^7y^{10}}$ 1.4 $\frac{(x^2)^5}{(y^5)^{10}}$ 1.5 $(2x^2y^3)^3$ 1.6 $\left(\frac{2x^2}{4x^4}\right)^3$

2. จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

2.1 $\sqrt{25}$ 2.2 $\sqrt[5]{-32}$ 2.3 $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$ 2.4 $(100)^{\frac{1}{2}}$ 2.5 $(32)^{-\frac{2}{5}}$ 2.6 $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{5}{4}}$

3. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

3.1 $\sqrt{32}$ 3.2 $\sqrt[3]{2x^3}$ 3.3 $\sqrt{16x^4}$ 3.4 $2\sqrt{75}-4\sqrt{27}+\sqrt[3]{128}$ 3.5 $(\frac{27t^3}{8})^{\frac{2}{3}}$

4. จงเขียนรูปแบบเลขชี้กำลังต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบเครื่องหมายราก

4.1 $(8x-y)^{\frac{4}{5}}$ 4.2 $2x^{\frac{-2}{5}}-(2x)^{\frac{-2}{5}}$ 4.3 $\left[(x^{-4})^{\frac{1}{5}}\right]^{\frac{1}{6}}$ 4.4 $(ab^2c^3)^{\frac{3}{4}}$ 4.5 $x^{\frac{-4}{5}}$

5. จงกำจัดรากในตัวส่วน

5.1 $\frac{3}{\sqrt{7}}$ 5.2 $\frac{4}{\sqrt{2x}}$ 5.3 $\frac{1}{\sqrt[3]{3x}}$ 5.4 $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$ 5.5 $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{xy^2}}$ 5.6 $\frac{4}{3\sqrt[3]{x^2}}$

6. จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย แสดงคำตอบในเทอมเลขชี้กำลังบวกและกำจัดรากในตัวส่วนถ้าจำเป็น

6.1 $2x^2y^{-3}x^4$ 6.2 $\sqrt{\sqrt[3]{t^4}}$ 6.3 $\frac{2^0}{\left(2^{-2}x^{\frac{1}{2}}y^{-2}\right)^3}$ 6.4 $\sqrt[3]{x^2yz^3}\sqrt[3]{xy^2}$ 6.5 $\frac{(x^2)^3}{x^4}\div\left[\frac{x^3}{(x^3)^2}\right]^{-2}$